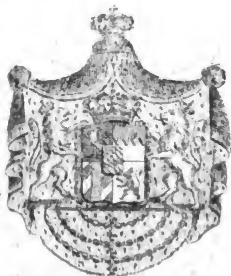




Vademecum des Mechanikers

oder

Praktisches Handbuch

für

Mechaniker, Maschinen- und Mühlenbauer,
und Techniker überhaupt

von

Prof. Christoph Bernoulli.

Dritte Auflage,

nochmals verbessert und vermehrt von des Obigen Sohne,

Joh. Gustav Bernoulli.

Erstes Bändchen.

Mit zwei Steindrucktafeln.

Stuttgart und Tübingen,
in der J. G. Cotta'schen Verlagshandlung.
1 8 3 6.

Bernoulli's

Vademecum des Mechanikers.



Inhalt.

Nr. Seite

1. Angabe und Vergleichung der gebräuchlichsten Maaße und Gewichte 1
2. Berechnung von Flächen mit geradlinigter Bewegung . . 24
3. Berechnung von Kreisflächen 28
4. Berechnung von Flächen, welche von krummen Linien eingeschlossen sind 36
   Anwendung derselben Regeln, zur Berechnung von Körpern 40
   Berechnung der Tragbarkeit von Schiffen 41
   id. bei der Correktion von Straßen 45
5. Berechnung der Oberfläche und des Inhalts von Körpern . 47
6. Inhalt cylindrischer Röhren und Gewicht des darin enthaltenen Wassers 54
   Inhalt von Fässern 58
7. Von der Reibung 60
   Von der Transmission der Bewegung vermittelst endloser Riemen 66
8. Ueber die Steifigkeit der Seile 69
9. Von dem dynamischen Effekte der Kräfte 72
   Messung des Nutzeffektes, vermittelst des Dynamometers von Prony 84
10. Von den mechanischen Potenzen 88
11. Auffindung des Schwerpunktes 104
12. Berechnung fallender Körper 112
13. Berechnung der Rammmaschinen 122

Nr.		Seite
14.	Berechnung der Pendelbewegungen	125
15.	Mittelpunkt des Stoßes oder Schwunges	129
	Theorie des Stoßes	133
16.	Vom spezifischen Gewichte	138
17.	Berechnung des Gewichtes eines Körpers	149
18.	Gewichtstafel von laminirten Metallplatten	151
19.	Gewichtstafel von runden und quadratischen Eisenstangen	155
	id. von bleiernen Röhren	156
20.	Berechnung der Luftballons	157
21.	Von der Stärke der Materialien	160
22.	Barlow's Regeln über die Transversalstärke von hölzernen Balken	171
23.	Tredgold's Regeln zur Berechnung der Stärke gußeiserner Bäume	176
24.	Von Räderwerken	180
25.	Dimensionen der verschiedenen Theile an Rädern	191
26.	Berechnung des Wasserdrucks	203
	Bestimmung der Dicke von Schutzbrettern	206
	id. von Wassermauern	208
27.	Ueber einige andere Gesetze der Hydrostatik	210
28.	Berechnung der hydraulischen Pressen	215
29.	Wassermenge, die aus Oeffnungen fließt bei konstanter Druckhöhe	217

Anhang.

Geschwindigkeit und Gewalt des Windes	224
Geschwindigkeit des Schalles	225
Geschwindigkeit abgeschossener Kugeln	226



Vorrede

zur zweiten Auflage.

Das Vademecum des Mechanikers war, wie das Vorwort zur ersten Auflage von 1829 sagte, eine Nachbildung des in England so beliebt gewordenen Compendium of Mechanics des Robert Brunton, und großentheils daraus entnommen. Es sollte, wie dieses, keineswegs ein Lehrbuch oder ein Leitfaden zum Unterricht in der Mechanik seyn, sondern „eine Sammlung mannichfaltiger, besonders bewährter Erfahrungen und Vorschriften zum Behufe praktischer Mechaniker, Baumeister u. a., in der man weder ausführliche wissenschaftliche Erklärungen, noch systematische Vollständigkeit zu suchen habe.“

Der Beifall, der diesem kleinen Buche zu Theil ward, und der schon nach wenig Jahren eine zweite Auflage nöthig machte, war für den Bearbeiter derselben eine Aufmunterung, dieser, soviel in seinen Kräften liegt, eine noch größere Brauchbarkeit zu geben. Er wünschte gleich, daß es, in seiner erneuerten Form, auch in den Augen der gründlicher gebildeten Mechaniker, deren Zahl

in Deutschland immer größer wird, als eine nützliche und werthvolle Arbeit betrachtet werden dürfte. Er glaubte daher nicht nur Vieles ergänzen und hinzufügen zu sollen, so daß das Buch nun auf zwei Bändchen angewachsen ist, sondern auch in mehrere, etwas tiefere und schwierigere Gegenstände sich einlassen zu dürfen. Er glaubte deßhalb auch weniger Scheu vor Mittheilung von mathematischen Formeln tragen, und sich vorzugsweise des metrischen Systems bedienen zu sollen.

Immerhin ist der erste Plan des Werkchens wesentlich beibehalten worden, und auch der zweite Bearbeiter desselben hat fortwährend gesucht, selbst dem Anfänger und weniger unterrichteten Mechaniker möglichst verständlich zu seyn. Er hofft daher, es werde sich diese zweite Auflage des Vademecums nicht weniger als die erste einer günstigen Aufnahme von Seite seiner Berufsgenossen zu erfreuen haben.

Paris, im Januar 1832.

J. G. B.

Bei der dritten Auflage ist das erste Bändchen sorgfältig revidirt und durch viele neue Zusätze vermehrt worden.

Basel, im November 1835.

J. G. B.

Nr. 1.

Angabe und Vergleichung der gebräuchlichsten Maaſse und Gewichte.

A. Französische Maaſse.

1) Metrisches System.

Ein Meter ist der zehn-millionste Theil des Erdquadrants.

Jedes der folgenden Maaße ist zehnmal größer als das vorhergehende:

Millimeter = $\frac{1}{1000}$ Meter; Centimeter, Dezimeter, Meter, Dekameter, Hektometer, Kilometer, Myriameter = 10,000 Meter.

Die neue Elle ist = 12 Dezimeter.

1 Are = 100 □Meter.

1 Hektare = 100 Aren = 10,000 □Meter.

1 Stere = 1 Cubikmeter.
1 Dekastere = 10 Cubikmeter.
1 Liter = 1 Cubikdezimeter.
1 Hektoliter = 100 Liter.
1 Dekaliter = 10 Liter.

1 Gramm ist das Gewicht von 1 Cubikcentimeter destillirten Wassers bei der Temperatur von 4° C. (wo das Wasser am meisten Dichtigkeit hat).

1 Kilogramm ist dasjenige eines Cubikdezimeters Wasser.

2) Altes französisches System.

Einheit: der Pariser-Fuß.

Toise.	Fuß.	Zoll.	Linien.	
1 —	6 —	72 —	864	= 1,9490363 Meter.
	1 —	12 —	144	= 0,3248394 —
		1 —	12	= 2,706995 Centim.
			1	= 0,225583 —

Die alte Pariser Elle = 43″, $10\frac{1}{2}$‴ = 1,187694 Meter.

1 Meter = 3′0″11‴,296 = 3,07844 Fuß.

Sehr annähernd hat man:

76 Meter = 39 Toisen.
19 Meter = 16 alte Ellen.
81 Centimeter = $2\frac{1}{2}$′.
13 Dezimeter = 4′.
3 Dezimeter = 11″.
97 Millimeter = 43‴.

Oberflächenmaaße.

Einheit: die Juchart (arpent).

1 Juchart = 100 □Ruthen (perches carrées).

1 Juchart von 900 □Toisen = 34,18867 Aren.

1 Hektare = 2,924944 Juchart.

1 □Toise = 3,798743 □Meter.

1 □′ = 10,552 □Dezimeter.

1 □″ = 7,32782 □Centimeter.

1 □Meter = 9,4768 □Fuß.

Durch Approximation hat man:

40 Hektaren = 117 Juchart.

19 □Meter = 5 □Toisen.

21 □Dezimeter = 2 □′.

22 □Centimeter = 3 □″.

Capacitätsmaaße.

Das Holz wird beim Klafter verkauft, doch dieses Maaß ist zu sehr verschieden, als daß es hier anzugeben wäre.

Für Korn, Salz, Kohle, Wein ꝛc. braucht man folgendes:

Muid	Septiers	Mines	Minots	Boisseaux	Litrons.
1 —	12 —	24 —	48 —	144 —	2304
	1 —	2 —	4 —	12 —	192
		1 —	2 —	6 —	96
			1 —	3 —	48
				1 —	16

1 Boisseau = 655,78 Cubikzoll.
1 Pinte = 0,9313 Liter.
1 Velte = 8 Pinten = 7,45 Liter.
1 Cubikfuß = 34,277255 Liter.
1 Cubikmeter = 29,174 Cubikfuß.
1 Sester (sétier) = 4,554 Cubikfuß.
Der neue Boisseau = ⅛ Hektoliter.

Reduktion des Pariser Fußmaaßes in metrisches Maaß.

	Linienmaaße.			Oberflächenmaaße.		
	Fuß in Meter.	Zoll in Centimeter	Linien in Millimeter.	□Fuß in □Meter.	□Zoll in □Centimet.	□Linien in □Millimet.
1	0,3248	2,707	2,26	0,1055	7,528	5,09
2	0,6497	5,414	4,51	0,2110	14,656	10,18
3	0,9745	8,121	6,77	0,3166	21,983	15,27
4	1,2994	10,828	9,02	0,4221	29,311	20,36
5	1,6242	13,535	11,28	0,5276	36,639	25,45
6	1,9490	16,242	13,54	0,6331	43,967	30,53
7	1,2739	18,949	15,79	0,7386	51,295	35,62
8	2,5987	21,656	18,05	0,8442	58,622	40,71
9	2,9236	24,363	20,30	0,9497	65,950	45,80

Inhaltsmaaße.

	Cubikfuß in Cubikmeter.	Cubikzoll in Cubikcentim.	Cubiklinien in Cubikmillim.
1	0,0343	19,836	11,48
2	0,0686	39,673	22,96
3	0,1028	59,509	34,44
4	0,1371	79,346	45,92
5	0,1714	99,182	57,40
6	0,2057	119,018	68,88
7	0,2399	138,855	80,36
8	0,2742	158,691	91,84
9	0,3085	178,528	103,32

Gewichtsmaaße.

℔		Mark		Unzen		Gros		Scrupeln		Grains.
1	—	2	—	16	—	128	—	384	—	9216
		1	—	8	—	64	—	192	—	4608
				1	—	8	—	24	—	576
						1	—	3	—	72
								1	—	24

1 Tonne = 1000 Kilogramm = 10 metrische Zentner.

1 Kilogramm = 2,042877 ℔ = 2 ℔ 5 Gros 10,715 Grains.

1 Gramm = 18,82715 Grains.

Durch Approximation hat man:

70 Kilogramm = 143 ℔.
11 Hektogramm = 36 Unzen.
8 Decigramm = 15 Grains.

Anmerkung. Da der Durchmesser eines französischen Fünffrankenstückes 38 Millimeter und der eines französischen Zweifrankenstückes 28 Millimeter beträgt, so bilden 16 Fünffrankenstücke und 14 Zweifrankenstücke nebeneinandergelegt die Länge von 1 Meter, und 8 Fünffrankenstücke mit 1 Zweifrankenstück, die Länge von 1 Fuß.

49 Fünffrankenstücke wiegen 1 Kilogramm.

B. Englische Maasse.

1) Gewichte.

a) Handelsgewicht (avoir du pois weight.)

Ton.	100 weight oder Centner.	Quarter.	Pound avoir du pois.	Ounce avoir du pois.	Dram.	Grain.	Kilogramm.
1	20	80	2240	35840	573440		1015,649
	1	4	112	1792	28672		50,7825
		1	28	448	7168		12,6956
			1	16	256	7000	0,4534
				1	16	437,5	0,02834
					1	27,343	0,00177
						1	0,00006477

b) Troygewicht (Troy-weight).

Pound troy.	Ounce troy.	Penny weight.	Grains.	Kilogramm.
1	12	240	5760	= 0,3731
	1	20	480	= 0,0311
		1	24	= 0,00155
			1	= 0,00006477

Das Troygewicht dient nur um Gold und Silber zu wägen, in dem gewöhnlichen Handel bedient man sich hingegen des Handelsgewichtes.

1 ℔ avoir du pois = 14 ounces, 11 penny und 15½ grains = 7000 grains Troy-weight.

1 Kilogramm { = 2,68027 pounds Troy.
= 2,20548 pounds avoir du pois.

1 ℔ französisches Markgewicht = 7561 grains Troy-weight.

1 Unze französisches Markgewicht = 472,56 grains Troy-weight.

1 Quentchen französisches Markgewicht = 59,07 grains Troy-weight.

1 gramme = 15,438 grains.

2) Längenmaaße.

Mile.	Furlong.	Pole.	Fathom.	Yard.	Foot.	Inch.	Meter.
1	8	320	800	1760	5280	63360	= 1609,3150 m
	1	40	110	220	660	7920	= 201,1644
		1	2¾	5½	16½	198	= 5,0291
			1	2	6	72	= 1,82877
				1	3	36	= 0,91438
					1	12	= 0,30479
						1	= 0,02540

1 Meter = { 1,093633 Yards. 3,2808992 Feet. 39,37079 Inches. }
1 Myriameter = 6,2138 Miles.
1 engl. Meile = 5280′ engl. = 1609 Meter.

3) Flächenmaaße.

e.	Rood.	□Pole.	□Yard.	□Foot.	= Ares.
1	4	160	4840	43560	= 40,46710
	1	40	1210	10890	= 10,116775
		1	30¼	272¼	= 0,25291939
			1	9	= 0,00836097
				1	= 0,00092899

1 □Foot = 144 □Inches.
1 □Meter = 1,196033 □Yards = 10,764297 □Feet.
1 Are = 3,953800 □Ruthen (poles).
1 Hektare = 2,473614 Acres.

4) Inhaltsmaaße.

1 Cubikfoot = 1728 Cubikinches.
1 Cubikmeter = 35,316 Cubikfeet.
1 Liter = 61,026 Cubikinches.
1 Cubikinch = 0,016386 Litres.
42 Cubikfeet = 1 Schiffstonne = 1,1892 Cubikmeters.

a) Getreidemaaße (Dry-measures).

Last.	Wey.	Quarter.	Coom.	Bushel	Peck.	Gallon.	Pint.		Litres.
1	2	10	20	80	320	640	5120	=	2818,9734
	1	5	10	40	160	320	2560	=	1409,4867
		1	2	8	32	64	512	=	281,8973
			1	4	16	32	256	=	140,9486
				1	4	8	64	=	35,2371
					1	2	16	=	8,8093
						1	8	=	4,4046
							1	=	0,5505

1 Gallon von Winchester = 268,8 Cubikinches.
1 Bushel = 2150,4 Cubikinches = 1,244 Cubikfeet.
1 Last = 99,555 Cubikfeet.

b) Bier- oder Alemaaße.

Butt.	Hogshead.	Gallon.	Pint.	Litres.
1	2	108	864	= 499,0628
	1	54	432	= 249,5314
		1	8	= 4,6209
			1	= 0,5776

1 Gallon Biermaaß = 282 Cubikinches = 1,01704 imp. gallons.

c) Weinmaaße.

Tun.	Pipe.	Hogshead.	Gallon.	Pint.	Litres.
1	2	4	252	2016	= 953,8832
	1	2	126	1008	= 476,9416
		1	63	504	= 238,4708
			1	8	= 3,7853
				1	= 0,4731

1 Gallon Weinmaß = 251 Cubikinches = 0,83311 imp. gallons.

d) Imperialmaaß.

Chaldron.	Quarter.	Sack.	Bushel.	Peck.	Gallon.	Quart.	Pint.	Litres.
1	4½	12	36	144	288	1152	2304	= 1308,516
	1	2⅔	8	32	64	256	512	= 290,7813
		1	3	12	24	96	192	= 109,043
			1	4	8	32	64	= 36,3477
				1	2	8	16	= 9,0869
					1	4	8	= 4,54316
						1	2	= 1,135864
							1	= 0,567932

1 Litre = { 0,22009667 imp. gallons.
1,760773 pints.
0,11004 pecks.
0,02751 bushels.

1 Hektol. = { 2,751 bushels.
0,917 sacks.
0,0764 chaldrons.

1 Chaldron = 46,210 Cubikfeet.
1 Bushel = 2218,192 Cubikinches = 1,284 Cubikfeet.
1 Gallon = 277,274 Cubikinches.

e) Steinkohlenmaaße.

Ehemals wurden die Steinkohlen nach dem Chaldron verkauft.
1 Chaldron = 4 Vat (Tonnen) = 12 Sack = 36 Bushels = 144 Pecks (Viertel).

Das Steinkohlen Bushel hält ein Viertel mehr als das Winchester Bushel oder 2217,62 Cubikinches.

Gegenwärtig werden die Steinkohlen fast allgemein nach dem Gewichte verkauft.

Reduktionstabelle der englischen Maaße in metrische Maaße.

	Inches in Millimeter.	Feet in Meter.	□Inches in □Centimeter.	□Feet in □Meter.	Acres in Ares.	Imperialgallons in Liter.	Cubikfeet in Cubikmeter.	Ounces avoir du pois in Gramm.	Pounds avoir du pois in Kilogramm.
1	25,400	0,30479	6,45135	0,09290	40,46710	4,54345	0,02832	28,338	0,45330
2	50,799	0,60959	12,90269	0,18579	80,93420	9,08691	0,05663	56,677	0,90659
3	76,199	0,91438	19,35408	0,27869	121,40130	13,63036	0,08495	85,015	1,35989
4	105,598	1,21918	25,80538	0,37159	161,86840	18,17382	0,11326	113,354	1,80319
5	126,998	1,52397	32,25673	0,46448	202,33550	22,71727	0,14158	141,692	2,26648
6	152,397	1,82877	38,70808	0,55738	242,80259	27,26072	0,16989	170,030	2,71978
7	177,797	2,13356	45,15942	0,65028	283,26969	31,80418	0,19821	198,369	3,17308
8	203,196	2,43836	51,61077	0,74318	323,73679	36,34763	0,22652	226,707	3,62637
9	228,596	2,74315	58,06211	0,83607	364,20389	40,89109	0,25484	255,046	4,07967
10	253,995	3,04795	64,51346	0,92897	404,67099	45,43454	0,28316	283,384	4,53297

C. Schweizer-Maasse.

1) Kanton Waadt (Dezimalsystem).

1 Fuß = 10 Zoll = 10 Linien = 3 Dezimeter.
1 Elle = 4 Fuß = 12 Dezimeter.
1 Toise = 10 Fuß = 3 Meter.
1 Fassorier = 50 □Toisen.
1 Cubiktoise = 1000 Cubikfuß = 27 Steren.
1 Sack = 10 Viertel (quarterons) = 5 Cubikfuß = 135 Liter.
1 Muid = 10 Säcke.
1 Viertel = ½ Cubikfuß.
1 ℔ = ½ Kilogramm.
1 Unze = $\frac{1}{16}$ ℔ = 31¼ Gramm.

2) Kanton Bern.

Der Berner Fuß = 0,29385 Meter oder 130 Linien französisch.
13,3 Schweizermeilen gehen auf einen Grad.
4000 □Fuß = 1 Juchart.
Die Berner Elle = 0,5425.
Das Berner ℔ = 0,47987 Kilogramm.

3) Kanton Genf.

1 Elle = 507 Linien französich.
1 ℔ = 18 Unzen Markgewicht = 0,550718 Kilogramm.

D. Maaſse in den Groſsherzogthümern Baden und Heſſen.

1 Fuß = 3 Dezimeter = 0,9235 Fuß franzöſiſch.

1 Morgen oder 1 Juchart = 400 □Ruthen = 40000 □Fuß = 0,36 Hektaren.

1 ℔ = ½ Kilogramm.

1 Ruthe = 10′ = 100″ = 1000‴ = 10,000 Punkte.

1 Elle = 2 Fuß.

1 Klafter = 6 Fuß.

1 Stunde = 14,815 Fuß.

1 Klafter (Holz) = 6′ lang, 6′ breit und 4′ Scheitlänge = 144 Cubikfuß.

E. Baieriſche Maaſse.

1 Fuß = 129,38 Linien franzöſiſch = 0,29186 Meter.

1 Elle = 0,8330 Meter.

1 ℔ = 32 Loth = 0,56 Kilogramm.

F. Würtembergiſche Maaſse.

1 Fuß = 127 Linien franzöſiſch = 0,28649 Meter.

1 Fuß = 10 Zoll = 100 Linien.

1 Cubikfuß = 0,686 frz. Cubikfuß = 0,03445 Cubikmeter.

1 Ruthe = 10 Fuß.

1 Klafter = 12 Cubikfuß.

1 Juchart = 576 □Ruthen.

1 Elle = 0,m6143

100 ℔ = 43,63 Kilogramm.

G. Oesterreichische Maasse.

1 Meter = 3,1635 Fuß.
1 Kilometer = 527 Klafter.
1 Berglachter = 6,40 Fuß.
1 Fuß = 0,m316103.
1 Meile = 4000 Klafter = 24000 Fuß.
1 Faust = 4 Zoll.
1 ℔ = 0,560011 Kilogramm.
1 Centner = 5 Steins = 100 ℔.
1 Kilogramm = 1,7857 ℔ = 56 Kilogramm.

H. Preussische Maasse und Gewichte.

1 Fuß = 0,3096 Meter.
1 Meter = 3,2303 preußische Fuß oder
43 Meter = 139 preußische Fuß.
2 Meter = 3 preußische Ellen zu 25½ Zoll.
1 □ Meter = 10,4275 preußische □ Fuß.
1 □ Fuß = 0,0959 □ Meter.
(33 □ Meter = 344 preußische □ Fuß.)
1 Liter = 0,8733 preuß. Quart.
71 Liter = 62 preuß. Quart.
72 Hektoliter = 131 preußische Scheffel.
1 Kilogramm = 2,13807 preußische ℔.
1 ℔ = 0,4677 Kilogr.
29 Kilogramm = 72 preußische ℔.

I. Holländische oder Niederländische Maaße.

1 Amsterdamer Fuß (voet) hat bloß 11 Zoll (duimen) oder 132 Linien (streepen) = 125,48 franz. Linien = 11⅛ engl. Zoll.

1 Ruthe = 13 Fuß.

1 Faden = 6 Fuß.

1 Meile = 20692 Fuß.

1 Juchart = 600 □ Ruthen.

1 Schiffspfund = 3 Centner = 300 ℔.

1 Last = 4000 ℔ = 2 englischen Tonnen.

Seit 1820 bedient man sich jedoch fast allgemein in Holland der französischen metrischen Maaße. Die Benennungen Meter, Dezimeter, Centimeter, Kilogramm, werden indessen gewöhnlich durch die von Nederlandsche Elle, Palm, Ned. Duim, Ned. Pond ersetzt.

1 Ned. pond = 10 Onces = 100 Looden = 1000 Wigtjes = 10000 Korrels = 20812,8 holland. As.

Die gebräuchlichen Inhaltsmaaße für nasse Waaren sind folgende:

Kan (litre), maatje (Décilitre), vingerhoed (Centilitre), Vat (Hectolitre),

und für trockene Waaren:

Kop (litre), maatje (Décilitre), Schepel (Decalitre), Mudde oder Zak (Hectolitre).

1 Last = 3000 Koppen = 30 Mudden.

Steinkohlen werden per Hoed verkauft.

9 Hoeden geben 5 Newcastler u. } Chaldrons.
6 Hoeden geben 5 Londner }

1 Hoed = $10\frac{2}{3}$ Zakkenr

100 Kil. = 100 Ned. Ponden = $202\frac{1}{4}$ alte Antwerpener Pfunde.

Vergleichung verschiedener Maasse und Gewichte.

	Meter.	Franz. Fuß.	Wiener Fuß.	Rheinl. Fuß.	Preuß. Fuß.	Engl. Fuß.	Badisch. Fuß.
I. Längenmaaße.							
Meter	1	3,07844	3,1635	3,1868	3,2303	3,2809	3,3333
Franz. Fuß . .	0,3248	1	1,0275	1,0352	1,0492	1,0656	1,0827
Wiener Fuß . .	0,3161	0,9731	1	1,0073	1,0211	1,0371	1,0537
Rheinländ. Fuß .	0,3139	0,966	0,9930	1	1,0140	1,0299	1,0463
Preußischer Fuß .	0,3096	0,9530	0,9794	0,9866	1	1,0158	1,0320
Englischer Fuß .	0,3048	0,9584	0,9642	0,9715	0,9846	1	1,0160
Badischer Fuß .	0,30	0,9235	0,9490	0,9560	0,9691	0,9843	1
II. Oberflächenmaaße.							
□ Meter . . .	1	9,4768	10,0112	10,1557	10,4275	10,7643	11,1111
□ Franz. Fuß .	0,1055	1	1,0562	1,0716	1,1001	1,1355	1,1722
□ Wiener Fuß .	0,0999	0,9469	1	1,0143	1,0426	1,0756	1,1103
□ Rheinl. Fuß .	0,0985	0,9332	0,9861	1	1,0282	1,0607	1,0947
□ Preuß. Fuß .	0,0959	0,9082	0,9592	0,9734	1	1,0319	1,0650
□ Engl. Fuß . .	0,0929	0,8806	0,9297	0,9438	0,9694	1	1,0322
□ Badischer Fuß	0,09	0,8528	0,9006	0,9139	0,9392	0,9688	1

Vergleichung verschiedener Maasse und Gewichte.

III. Inhaltsmaaße.	Meter.	Franz. Fuß.	Wiener Fuß.	Rheinl. Fuß.	Preuß. Fuß.	Engl. Fuß.	Badisch. Fuß.
Cub. Meter . .	1	29,1720	31,6590	32,3642	33,7070	35,3160	37,0360
Cub. Franz. Fuß	0,0343	1	1,0848	1,1094	1,1550	1,2100	1,2692
Cub. Wiener Fuß	0,0316	0,9214	1	1,0220	1,0646	1,1155	1,1699
Cub. Rheinl. Fuß	0,0309	0,9014	0,9791	1	1,0426	1,0924	1,1454
Cub. Preuß. Fuß	0,0297	0,8655	0,9595	0,9603	1	1,0481	1,0991
Cub. Engl. Fuß .	0,0283	0,8263	0,8964	0,9169	0,9545	1	1,0488
Cub Bad. Fuß .	0,0270	0,7876	0,8547	0,8737	0,8894	0,9536	1

	Kilogr.	Wiener ℔.	Franz. ℔.	Preuß. ℔.	Engl. ℔.	Nürnb. ℔.
1 Kilogramm .	1	1,7857	2,0429	2,1381	2,2055	1,9642
1 Wiener ℔ .	0,5600	1	1,1440	1,1973	1,2351	1,1018
1 Franz. ℔ . .	0,4895	0,8741	1	1,0466	1,0796	0,9615
1 Preuß. ℔ . .	0,4677	0,8352	0,9555	1	1,0315	0,9187
1 Englisches ℔	0,4534	0,8096	0,9228	0,9694	1	0,8906

Vergleichung verschiedener Stundenmaasse.

	Meter	Französische Fuß.	Rheinländ. Fuß.	Englischer Fuß.	Geograph. Meilen.	Französische Lieues.	Englische Miles.
1 geograph. Meile .	7427	22857	23661	24370	1	1,66	4,61
1 Berner Stunde .	5279	16247	16819	17320	0,71	1,19	3,28
1 Franz. Lieue .. .	4457	13714	14197	14623	0,60	1	2,77
1 Engl. Seemeile .	1857	5714	5915	6093	0,25	0,42	1,15
1 Engl. Meile . .	1609	4953	5121	5280	0,22	0,36	1
1 Russische Werste .	1068	3286	3402	3504	0,14	0,24	0,66
1 Kilometer . . .	1000	3075	3183	3048	0,13	0,23	0,62

1 Grad ($\frac{1}{360}$) = 111111 Meter = 342050 franz. Fuß = 353'644 Rheinländ. Fuß = 364'544 engl. Fuß.

1 neuer franz. Grad ($\frac{1}{400}$) = 100000 Meter = 51'307,40 Toisen = 307844 franz. Fuß.

Auf einen Grad ($\frac{1}{360}$) gehen ferner:

10⅔ schwedische Stunden.

13½ dänische Stunden.

14⅔ östreichische Meilen.

15 geographische Meilen.

15¾ polnische Meilen.

17½ spanische oder portugiesische Stunden.

20 französische Seemeilen und niederländische Stunden.

20⅔ Schweizerstunden.

25 französische Lieues.

28½ französische Poststunden.

60 englische Seemeilen und italienische Meilen.
66⅔ türkische Berryes.
69½ englische Meilen.
87 griechische Meilen.
104 russische Wersten.
111,11 Kilometer.

Anmerkung. Die Geschwindigkeit eines Schiffes auf der See wird gewöhnlich in geographischen Meilen angegeben und durch die Länge eines Bindfadens bestimmt, welcher sich abwickelt, sowie das Schiff vorwärts geht, und an seinem Ende ein mit Blei besetztes Brettchen (Log) trägt, das etwa $\frac{9}{10}$ in das Wasser eintaucht. Die Zeit wird durch eine Sanduhr gemessen, welche genau in einer halben Minute ausläuft.

Da nun 1 geogr. Meile = 23,661 rheinl. Fuß, 4 Stunden aber = 480 halbe Minuten ausmachen, so folgt hieraus, daß das Schiff für jede Länge von 49′ 3″, um welche sich der Bindfaden während einer halben Minute abwickelt, in 4 Stunden 1 geographische Meile durchläuft.

Da nun aber das Brettchen immer ein wenig der Bewegung des Schiffes folgt, so wird die wirkliche Geschwindigkeit des Schiffes immer etwas größer seyn, als die, welche man auf diese Weise findet. Um diesen Unterschied einigermaßen auszugleichen, wird der Bindfaden gewöhnlich durch Knoten in Längen von 48 Fuß (statt 49′ 3″) eingetheilt, welche unter dem Namen Knoten verstanden werden. Läuft z. B. ein Schiff mit einer Geschwindigkeit von 6 Knoten, so macht dasselbe in einer halben Stunde einen Weg von 6 × 48 = 288 rheinländ. Fuß und in 4 Stunden 6 geographische Meilen.

Nr. 2.

Berechnung von Flächen mit geradlinigter Begrenzung.

---

1) Der **Flächeninhalt** eines jeden **Parallelogramms** findet sich, wenn man die Länge mit der Höhe (d. h. irgend eine Seite mit der von der gegenüberstehenden, darauf gezogenen, Perpendikulare) multiplizirt. ($S = L \times h.$)

Beispiel. Wie groß ist der Flächeninhalt oder die Area eines Rhomboids (Fig. 1), wenn $c\ d = 15''$ und $a\ m = 7''$ ist?

Antwort. 7×15 oder $105\ \square''$.

Anmerk. Eine quadratische Fläche hat einen größeren Inhalt als irgend ein Rektangel von gleichem Umfange.

Beweis. Nennt man die Seite des Quadrats a, so ist der Umfang $4\ a$ und der Inhalt a^2.

Damit nun irgend ein Rektangel ebenfalls einen Umfang von $4\ a$ habe, muß nothwendig eine längere gerade um so viel größer als a seyn, als eine kürzere kleiner ist; daher wenn die längern $a + x$ sind, so sind die kürzern $a - x$ lang. In diesem Falle ist aber der Inhalt $a^2 - x^2$.

Ein vierseitiger Raum erfordert also z. B. um so weniger Mauern zur Einschließung, je mehr er sich einem Quadrate nähert.

2) Der Flächeninhalt eines **Dreiecks** wird gefunden, wenn man die Basis mit der halben Höhe multiplizirt. ($S = L \times \frac{1}{2}h.$)

Beisp. Wie groß ist der Inhalt des Dreiecks a b c (Fig. 2.), wenn b c = 16″ und a n = 7″?

Antw. $\frac{16 \times 7}{2} = 56$ □″.

3) Der Flächeninhalt eines **Trapezoids** wird gefunden, wenn man die Längen der parallelen Seiten addirt und die Summe mit der halben Höhe multiplizirt. (Fig. 3.) $S = (a + b) \times \frac{1}{2}h.$

Beisp. Wie groß ist die Fläche von a b c d, wenn a b = 6″, c d = 10″ und m n = 8″?

Antw. $6 + 10 = 16$; $\frac{16 \times 8}{2} = 64$ □″.

4) Der Flächeninhalt eines **Trapezes**, oder einer vierseitigen Fläche, die keine parallele Seite hat, wird gefunden, wenn man sie in 2 Dreiecke theilt, und den Inhalt jedes Dreiecks dann nach Nr. 2. berechnet.

5) Eben so findet man den Inhalt jedes **unregelmäßigen Vielecks** oder Polygons.

6) Wie der Flächeninhalt eines **regulären Polygons** gefunden wird.

Reguläre Polygone heißen nur solche, deren Seiten und Winkel alle einander gleich sind. Solche Polygone lassen sich in und um

Kreise beschreiben; und der Mittelpunkt der Kreise ist auch das Centrum des Polygons, das von jeder Seite wie von jedem Winkel gleich weit absteht.

Der **Inhalt** wird daher 1) gefunden, wenn man den ganzen Umfang des Polygons mit der halben Entfernung des Centrums von der Mitte einer Seite multiplizirt.

Gesezt, die Seite eines Neunecks sey = 5″ und der Abstand derselben vom Centrum 6,87″, so ist

der Umfang = 9 × 5 = 45″

und der Inhalt = $\frac{45 \times 6{,}87}{2}$ = 154,57 □″.

Da aber ferner der Flächeninhalt jedes ganz regulären Polygons sich zu dem eines andern von gleicher Seitenzahl verhält wie das Quadrat einer Seitenlänge, so läßt sich derselbe auch 2) nach folgender Tafel durch eine einfache Rechnung finden.

Ist nämlich die Seite 1″ oder 1′ lang, so hat:

das	regul.	3eck	einen	Inhalt	von	0,433	□″	od.	□′
—	—	4 „	—	—	—	1,000	„	—	„
—	—	5 „	—	—	—	1,720	„	—	„
—	—	6 „	—	—	—	2,598	„	—	„
—	—	7 „	—	—	—	3,634	„	—	„
—	—	8 „	—	—	—	4,828	„	—	„
—	—	9 „	—	—	—	6,182	„	—	„
—	—	10 „	—	—	—	7,694	„	—	„
—	—	11 „	—	—	—	9,366	„	—	„
—	—	12 „	—	—	—	11,196	„	—	„

Um also den Inhalt irgend eines regulären Polygons zu finden, multiplizire man nur das Quadrat einer Seite mit der in der Tafel berechneten Area.

Beisp. Welches ist der Inhalt eines reg. 8ecks, oder Octogons, dessen Seite 4′ lang ist?

Antw. 4 × 4 oder 16 × 4,828 □′ = 77,248 □′.

Ebenso wird man leicht die Größe einer **Seite** (und hiemit den Umfang auch) für ein reguläres Vieleck von einem gegebenen Flächeninhalt berechnen können. Man dividirt denselben durch die Area in der Tafel, und zieht aus dem Quotienten die Quadratwurzel.

Beisp. Wie groß wird die Seite und der Umfang eines regul. 6ecks oder Hexagons seyn, von 100 □′ Inhalt?

Antw. $\frac{100}{2,598} = 38,49$ und $\sqrt{38,49} = 6,2'$.

der ganze Umfang also = 6 × 6,2 = 37,2′.



Nr. 3.

Berechnung von Kreisflächen.

Ein **Kreis** ist als ein reguläres Polygon von unendlich vielen Seiten zu betrachten.

Bei allen Kreisen hat dasselbe Verhältniß zwischen dem Radius oder Diameter zum Umfange (oder der Peripherie) statt. Dieses wird allgemein mit dem griechischen Buchstaben π bezeichnet.

Nach dem einfachsten Ausdrucke verhält sich:

der Durchmesser zum Umfange wie 7 : 22
genauer und in Dezimalen wie 1 : 3,1416
noch genauer . . . 113 : 355.

1) Darnach läßt sich leicht der **Umfang** jedes **Kreises** berechnen, wenn der Radius oder Diameter bestimmt ist; und eben so umgekehrt.

Beisp. 1) Wie groß ist der Umfang, wenn der Diam. = 6′?
Antw. 7 : 22 = 6 : 18′,857 Umfang.
1 : 3,1416 = 6 : 18,8496 „
113 : 355 = 6 : 18,8495 „

2) Wie groß ist der Diameter, wenn der Umkreis = 124″?
Antw. 22 : 7 = 124 : 39,45 Diam.
3,1416 : 1 = 124 : 39,47 „
355 : 113 = 124 : 39,46 „

2) Wie man die Länge eines **Bogens** findet, wenn der Radius bekannt ist.

Ist der Radius = r, so ist der Umfang = $\frac{2 \times 22}{7}$ r oder =

$$6{,}2832\ r \text{ und } 1^\circ = \frac{6{,}2832}{360}\ r = 0{,}01745\ r.$$

Man multiplizirt also diesen Dezimalbruch mit der Anzahl Grade und mit dem Radius.

Beisp. Wie lang ist ein Bogen von 25°, wenn der Radius = 7′ ist?

Antw. 0,01745 × 25° × 7, = 3,05375′. —

Wie man den **Inhalt** des **Kreises** findet.

Dieser findet sich auf mehrfache Weise:

1. Wenn man den Umfang mit dem halben Radius multiplizirt.
2. Wenn man das Quadrat des Diameters mit 0,7854 multiplizirt (oder mit $\frac{11}{14}$).
3. Wenn man das Quadrat des Umfangs mit 0,07958 multiplizirt.

Erklärung. Die erste Regel gründet sich auf die Ansicht, daß ein Kreis als ein Polygon von unendlich vielen Seiten zu betrachten ist; der Radius ist hiemit der Abstand des Centrums von der Seite des Polygons.

Die zweite ergibt sich aus folgendem: Wenn C (die Circumferenz) = 3,1416, D (Diameter), so ist $\frac{3{,}1416\ D^2}{4}$ = Inhalt. Nun ist $\frac{3{,}1416}{4}$ = 0,7854. Also der Inhalt = 0,7854 D^2.

Die 3te erhellt aus folgendem: $D = \frac{C}{3,1416}$ und Inhalt $= D \times \frac{C}{4.}$
Also ist der Inhalt auch $= \frac{C}{3,1416} \times \frac{C}{4} = \frac{C^2}{12,5664.}$ Dividirt man wirklich, so erhält man den Inhalt $= 0,07958\ C^2$.

Beisp. Wie groß ist die Fläche eines Kreises, der 9′ Diam. hat?

Antw. Der Umfang ist = 28,27, der Radius 4,5.
Nach der ersten Regel erhält man nun $28,27 \times 2,25 = 63,6075$ □′.
Nach der 2ten Regel: $9^2 \times 0,7854 = 63,717$ □′.
Nach der 3ten Regel: $28,27^2 \times 0,07958 = 63,599$ □′.

4) Wie man den Flächeninhalt eines Ringes oder des zwischen zwei Kreisen eingeschlossenen Raumes findet.

Offenbar erhält man denselben dadurch, daß man die Area des kleineren Kreises von der des größeren subtrahirt.

Beisp. Hat der größere einen Diameter von 7′, der kleinere von 5′, so ist

die Area des größeren $= 7^2 \times 0,7854 = 38,4846$
und — — — kleineren $= 5^2 \times 0,7854 = 19,6350$
hiemit die des Ringes . . . . . . $= 18,8496$

Man findet ihn also auch, indem man zuerst die Quadrate der Diameter subtrahirt und die Differenz mit 0,7854 multiplizirt.

Beisp. Wie groß ist die Fläche eines Ringes, wenn der Diam. des äusseren Kreises = 8′ 5″ und der des innern = 6′ 3″?

Antw. 8′ 5″ = 101″; das □ = 10201
6′ 3″ = 75″; das □ = 5625
die Diff. = 4576 □″.
4576 × 0,7854 = 3594 □″ oder 20 □′ 138 □″.

5) Berechnung der Fläche eines **Sectors** (Fig. 4.)

Kennt man die Länge des Bogens a b und den Radius a c, so ist

der Inhalt = a b × ½ a c oder $\frac{a\,b \times a\,c}{2}$

Ist der Bogen in Graden bestimmt und der Radius gegeben, so berechnet man vorerst den Inhalt des ganzen Kreises, und wie sich der Bogen: 360 verhält, so der Inhalt des Sectors zur Kreisfläche.

Beisp. Wie groß ist die Area (oder der Flächenraum) eines Sectors von 15° 20′, wenn der Diam. = 8′?

Anw. 8² × 0,7854 = 50,2656 □″ Inhalt des Kreises.
360: 15⅓ = 50,2656: 2,1409 Inhalt des Sectors.

6) **Flächeninhalt eines Kreissegmentes.**

Man berechne den Flächeninhalt des ganzen Sectoren, ferner den des Dreiecks, welches aus der Sehne und den zwei Radien des Sectors gebildet ist. Ist das Segment größer als ein Halbkreis, so zähle man die beiden Flächeninhalte zu einander, ist es hingegen kleiner, so zähle man sie von einander ab.

Beisp. Man sucht den Flächeninhalt eines Kreissegmentes a b c (F. 5.) dessen Radius c o = 10, dessen Chorde a c = 12 und dessen Bogen a b c = 73°45′.

$d^2 \times 0,7854 = 314,16$ Flächeninhalt des Kreises

$360^\circ : 73^\circ 45' : 314,16 : x.$

$x = 64,34054$ Flächeninhalt des Sectors.

$y = \sqrt{10^2 - 6^2} = \sqrt{64} = 8$ Senkrechte oder Höhe des Dreieckes.

$\frac{8 \times 12}{2} = 48$ Flächeninhalt derselben,

folglich: $64,3405 - 48 = 16,3405$ Inhalt des Segmentes.

7) Flächeninhalt einer Ellypse.

Man vervielfache den größern Diameter mit dem kleinern und noch mit der Zahl 0,7854.

8) Flächeninhalt einer Parabel.

Dieser ist $= \frac{2}{3}$ des Flächeninhaltes des Parallelogrammes, welches zu seinen Seiten die Abscisse x und die Ordinate y (F. 6.) der Parabel hat, oder $S = \frac{2}{3}\, x\, y.$

Beisp. Man sucht den Flächeninhalt der Parabel a b c, dessen Abscisse b d = 12″ und dessen Ordinate a c = 10″ ist.

Antw. $\frac{2 \times 12 \times 10}{3} = 80$ □″

Anmerkung. Man erhält eine Ellypse wenn man einen Kegel in schiefer Richtung zu seiner Achse durchschneidet, eine Parabel, wenn man denselben in paralleler Richtung mit seiner Seite, und eine Hyperbel wenn man ihn in paralleler Richtung mit seiner Achse durchschneidet. Der Kreis bildet sich endlich, wenn man den Kegel senkrecht zur Achse durchschneidet. Diese vier Figuren oder Linien bezeichnet man gewöhnlich mit dem Namen Kegelschnitte.

Tabelle von Kreisflächen.

Diameter in Zollen.	Oberfläche in □Zollen.	Diameter in Zollen.	Oberfläche in □Zollen.	Diameter in Zollen.	Oberfläche in □Zollen.
⅛	0,0022	3⅛	7,6699	6⅛	29,4648
¼	0,0491	3¼	8,2958	6¼	30,6797
⅜	0,1104	3⅜	8,9462	6⅜	31,9191
½	0,1963	3½	9,6211	6½	33,1831
⅝	0,3068	3⅝	10,3206	6⅝	34,4717
¾	0,4118	3¾	11,0447	6¾	35,7848
⅞	0,6013	3⅞	11,7933	6⅞	37,1224
1	0,7854	4	12,5664	7	38,4846
1⅛	0.9940	4⅛	13,3641	7⅛	39,8713
1¼	1,2270	4¼	14,1863	7¼	41,2826
1⅜	1,4849	4⅜	15,1330	7⅜	42,7184
1½	1,7671	4½	15,9043	7½	44,1787
1⅝	2,0739	4⅝	16,8002	7⅝	45,6636
1¾	2,4053	4¾	17,7206	7¾	47,1731
1⅞	2,7612	4⅞	18,6655	7⅞	48,7071
2	3,1614	5	19,6350	8	50,2656
2⅛	3,5466	5⅛	20,6290	8⅛	51,8487
2¼	3,9761	5¼	21,6476	8¼	53,4563
2⅜	4,4301	5⅜	22,6907	8⅜	55,0884
2½	4,9087	5½	23,7583	8½	56,7451
2⅝	5,4119	5⅝	24,8505	8⅝	58,4264
2¾	5,9396	5¾	25,9673	8¾	60,1322
2⅞	6,4918	5⅞	27,1086	8⅞	61,8625
3	7,0686	6	28,2744	9	63,6174

Diameter in Zollen.	Oberfläche in □Zollen.	Diameter in Zollen.	Oberfläche in □Zollen.	Diameter in Zollen.	Oberfläche in □Zollen.
9⅛	65,3968	14¼	159,4853	22¼	388,8221
9¼	67,0207	14½	165,1303	22½	397,6087
9⅜	69,2092	14¾	170,8736	22¾	406,4936
9½	70,8823	15	176,7150	23	415,4766
9⅝	72,7599	15¼	182,6546	23¼	424,5578
9¾	74,6621	15½	188,6923	23½	433,7271
9⅞	76,5888	15¾	194,8283	23¾	443,1047
10	78,5400	16	201,0624	24	452,3904
10⅛	80,5158	16¼	207,3947	24¼	461,8643
10¼	82,5161	16½	213,8251	24½	471,4763
10⅜	84,5409	16¾	220,3538	24¾	481,1066
10½	86,5903	17	226,9806	25	490,8750
10⅝	88,6643	17¼	233,7056	25¼	500,7416
10¾	90,7628	17½	240,5087	25½	510,7063
10⅞	92,8858	17¾	247,4501	25¾	520,7692
11	95,0334	18	254,4696	26	530,9304
11⅛	97,2055	18¼	261,5873	26¼	541,1897
11¼	99,4022	18½	268,8031	26½	551,5471
11⅜	101,6234	18¾	276,1172	26¾	562,0028
11½	103,6891	19	283,5294	27	572,5566
11⅝	106,1394	19¼	291,6398	27¼	583,2085
11¾	108,4363	19½	298,6483	27½	593,9587
11⅞	110,7537	19¾	306,3551	27¾	604,8071
12	113,0976	20	314,1600	28	615,7536
12¼	117,8591	20¼	322,0631	28¼	626,7983
12½	122,7187	20½	330,0643	28½	637,9411
12¾	127,6766	20¾	338,1638	28¾	649,1822
13	132,7326	21	346,3614	29	660,5240
13¼	137,8868	21¼	354,6572	29¼	671,9588
13½	143,1351	21½	363,0511	29½	683,4943
13¾	148,4897	21¾	371,5433	29¾	695,1281
14	153,9384	22	380,1336	30	706,8600

Diameter in Zollen.	Oberfläche in □Zollen.	Diameter in Zollen.	Oberfläche in □Zollen.	Diameter in Zollen.	Oberfläche in □Zollen.
30¼	718,6900	38¼	1149,0893	46¼	1680,0197
30½	730,6183	38½	1164,1591	46½	1698,2311
30¾	742,6448	38¾	1179,3272	46¾	1716,5408
31	754,7694	39	1194,5934	47	1734,9486
31¼	766,9922	39¼	1209,9578	47¼	1753,4545
31½	779.3131	39½	1225,4203	47½	1772,0587
31¾	791,7323	39¾	1240,9811	47¾	1790,7610
32	804,2496	40	1256,6400	48	1809,5616
32¼	816,8651	40¼	1272,3971	48¼	1828,4603
32½	829,5787	40½	1288,2523	48½	1847,4571
32¾	842,3906	40¾	1304,2058	48¾	1866,5513
33	855,3006	41	1320.2574	49	1885,7454
33¼	868,3088	41¼	1336,4072	49¼	1905,0368
33½	881,4151	41½	1352,6551	49½	1924,4263
33¾	894,6197	41¾	1369,0013	49¾	1943,9141
34	907,9224	42	1385,4456	50	1963,5000
34¼	921,3233	42¼	1401,9881		
34½	934,8223	42½	1418,6287		
34¾	948,4196	42¾	1435,3676		
35	962,1150	43	1452,2016		
35¼	975,9086	43¼	1469,1398		
35½	989,8003	43½	1486,1731		
35¾	1003,7903	43¾	1503,3047		
36	1017,8784	44	1520,5344		
36¼	1032,0647	44¼	1537,8623		
36½	1046,3491	44½	1565,2883		
36¾	1060,7318	44¾	1572,8126		
37	1075,2126	45	1590,4350		
37¼	1089.7916	45¼	1608,1556		
37½	1104,4687	45½	1625,9743		
37¾	1119,2441	44¾	1643,8913		
38	1134,1176	46	1661,9064		

Nr. 4.

Berechnung von Flächen, welche von krummen Linien eingeschlossen sind. *)

Der Flächeninhalt einer Ebene a a′ d′ f′ g′ g a (Fig. 7.), welche von einer Curve, und drei geraden zu einander senkrecht stehenden Linien aa′, ag und gg′ gebildet ist, findet sich durch folgende Regeln.

1ste Regel. Man theile die Seite oder Abscisse ag, welche der Curve gegenübersteht, in eine beliebige Anzahl gleicher Theile und ziehe aus den Theilungspunkten b, c, d, e, f die Ordinaten bb′, cc′, dd′ ꝛc.

Man halbire dann die Summe der zwei äußersten Ordinaten aa′, gg′, zähle dazu die Summe aller übrigen und vervielfache die Totalsumme mit der Distanz ab zwischen je zwei Ordinaten oder Area aa′ d′ f′ g′ ga =

$$ab\left(\frac{aa' + gg'}{2} + bb' + cc' + dd' + ee'\right)$$

Anmerkung. Diese Regel erhält man, wenn man die durch die Ordinaten gebildeten Oberflächen als Trapeze berechnet und zu einander zählt. Sie ist zwar die einfachste, jedoch auch, da sie die kleinen durch die Curve und die verschiedenen Sehnen gebildeten Räume gar nicht in Betracht zieht, die oberflächlichste. Weit genauer sind die zwei folgenden Regeln.

---

*) S. Chapman, Treatise on ship building und Poncelet, Mécanique industrielle, 1r Theil.

2te Regel. Man theile die Seite ag in eine gerade Anzahl gleicher Theile ein, und addire zu der Summe der beiden äußersten Ordinaten aa′ und gg′ die doppelte Summe der übrigen Ordinaten cc′, ee′ von ungeradem Range und die vierfache Summe aller Ordinaten bb′, dd′, ff′ von geradem Range und vervielfache die Totalsumme mit dem Drittel der Entfernung ab zwischen je zwei Ordinaten oder: Area aa′ d′ f′ g′ ga

$$= \tfrac{1}{3} ab (aa' + gg' + 2 (cc' + ee') + 4 (bb' + dd' + ff'))$$

Erklärung. Das Trapez ee′ g′ g

$$= (ee' + gg') \times ab.$$

Die zwischen der Sehne e′ g′ und der Curve gebildete Figur e′ f′ g′ m′ e′ kann als eine Parabel betrachtet werden, deren Inhalt $= \tfrac{2}{3}$ e′ g′ × f′ m.

Es kann aber e′ g′ = e g = 2 ab gesetzt werden und f′ m

$$= ff' - \frac{ee' + gg'}{2}$$

Daher die Area der Figur e′ f′ g′ m e′

$$= 2\,ab \left(ff' - \frac{ee' + gg'}{2}\right) \times \tfrac{2}{3}$$

$$= \tfrac{2}{3}\,ab\,(2\,ff' - ee' - gg')$$

und daher der Inhalt der Figur ee′ f′ g′ g e

$$= \tfrac{1}{3}\,ab\,(4\,ff' - 2\,ee' - 2\,gg' + 3\,ee' + 3\,gg')$$

$$= \tfrac{1}{3}\,ab\,(ee' + 4\,ff' + gg')$$

Auf gleiche Weise erhält man den Flächeninhalt

$$cc'\,d'\,e'\,ec = \tfrac{1}{3}\,ab\,(ee' + 4\,dd' + cc')$$

und $aa'\,b'\,c'\,ca = \tfrac{1}{3}\,ab\,(aa' + 4\,bb' + cc')$

und zählt man diese drei Flächeninhalte zu einander, so erhält man obiges Resultat.

3te Regel. Man theile die Seite ag in eine beliebige Anzahl gleicher Theile, zähle zu der Summe der ersten und letzten Ordinate die doppelte Summe der 4ten, 7ten, 10ten, 13ten rc. und die dreifache Summe der 2ten, 3ten, 5ten, 6ten, 8ten 9ten, 11ten, 12ten rc. und vervielfache die Totalsumme mit $\frac{3}{8}$ der Entfernung ab zwischen je zwei Ordinaten.

Oder wenn die Linie ag bloß in 7 Theile getheilt wird, so ist der Flächeninhalt

$$= \tfrac{3}{8}\, ab\, (a + h + 2\,(d + g) + 3\,(b + c + e + f))$$

Anmerkung. Sind die beiden geraden Seiten aa′ und gg′ weder zu einander parallel, noch senkrecht auf die Abscisse ag (Fig. 8.), so verlängere man die Abscisse und ziehe von den beiden äußersten Punkten der Curve die Ordinaten a′m und g′n, theile die erhaltene Abscisse mn in eine gerade Anzahl gleicher Theile ein, und verfahre wie vorhin. Man erhält auf diese Weise den Flächeninhalt der Ebene m′a′d′g′n. Fallen nun die beiden Ordinaten a′m und g′n innerhalb des gegebenen Raumes, so sind die Flächeninhalte der durch die Seiten desselben und die Hülfsordinaten gebildeten Dreiecke aa′m und gg′n zu dem erhaltenen Flächeninhalte zu addiren; fallen diese Ordinaten aber außerhalb des gegebenen Raumes (wie es die Figur zeigt), so sind die Flächeninhalte der gebildeten Dreiecke davon abzuzählen, und man erhält alsdann den wirklichen Inhalt der gegebenen Fläche.

Ist die gegebene Fläche von lauter Curven eingeschlossen, so theile man dieselbe durch irgend eine Linie in zwei Theile und berechne dann jeden dieser Theile besonders.

Beispiel. Um zu untersuchen, welche dieser drei Regeln das genaueste Resultat gibt, ist es am zweckmäßigsten als Beispiel den Flächeninhalt einer Figur zu berechnen, welcher durch andere Gesetze der Geometrie schon bekannt geworden ist. Wir wählen dazu den Kreis, da derselbe zugleich die größte Leichtigkeit darbietet, die Ordinaten desselben zu erhalten.

Es sey Fig. 9 der Radius A B des Kreises = 60′ und der zu berechnende Flächeninhalt

$$\text{CDEB habe zur Basis CB} = \frac{AB}{2} = 30'.$$

Theilen wir die Basis CB in 6 Theile, (jeden zu 5′) so erhalten wir alsdann folgende sieben Ordinaten:

60 — 59,7913 — 59,1608 — 58,0947 — 36,5685 — 54,5436 — 51,9615.

und folgenden Inhalt:

Nach Regel I.

$$5'\left(\frac{60 + 51,9615}{2} + 59,7915 + 59,1608 + 58,0947 + 56,5685 + 54,5436\right) = 1720,6985 \;\square\text{Fuß}.$$

Nach Regel II.

$$\tfrac{5}{3}\,(60 + 51,9615 + 2\,(59,1608 + 56,5685) + 4\,(59,7913 + 58,0947 + 54,5436)) = 1721,8975.$$

Nach Regel III.

$$\tfrac{3}{8} \times 5'\,(60 + 51,9615 + 2\,(58,0947) + 3\,(59,7913 + 59,1608 + 56,5685 + 54,5436)) = 1721,8941.$$

Zieht man nun von diesen Inhalten den Inhalt des Dreiecks

$$BCD = \frac{30 \times 51,9615}{2} = 779,4225$$

ab, so erhält man den Inhalt des Sektors BDE, welcher, da CB=AC ist, genau den dritten Theil des Inhaltes des Kreisquadranten ADEB beträgt.

Man erhält daher für letztern:

Nach Regel I. 2823,8280 □ Fuß.
— — II. 2827,4250 „
— — III. 2827,4148 „

Es beträgt aber derselbe nach der bekannten Formel des Kreises

$$\tfrac{1}{4} \times 0{,}7854\, d^2 \times 120^2 = 2827{,}37934 \;\square\; \text{Fuß}.$$

Daher die dritte Regel, ausser daß man bei derselben eine beliebige Anzahl gleicher Theile annehmen kann, noch ein genaueres Resultat gibt, als die 2te Regel.

Dieselben Regeln dienen auch, um den Cubikinhalt aller und sogar der unregelmäßigsten Körper zu berechnen. Man hat in diesem Falle nur nöthig, den Körper nach einer Richtung durch eine gewisse Anzahl paralleler und gleich weit von einander entfernter Ebenen zu zerschneiden, die dadurch entstandenen Durchschnittsflächen zu berechnen und dieselben in den obigen Formeln als Ordinaten zu betrachten.

Beispiel I.

Den Cubikinhalt eines geraden Kegels zu berechnen.

Ist der Diameter seiner Basis $= d$, seiner Höhe bis zum Scheitel $= h$, und theilt man dieselbe in 6 gleiche Theile, läßt durch die Theilungspunkte eben so viele Ebenen, parallel mit der Basis laufen, so werden die Durchschnittsflächen derselben folgende seyn:

$$\frac{\pi d^2}{4},\ \frac{\pi d^2 \times 5^2}{4 \times 6^2},\ \frac{\pi d^2 \times 4^2}{4 \times 6^2},\ \frac{\pi d^2 \times 3^2}{4 \times 6^2},$$

$$\frac{\pi d^2 \times 2^2}{4 \times 6^2},\ \frac{\pi d^2}{4 \times 6^2},\ 0.$$

und der Cubikinhalt des Kegels daher

$$= \frac{1}{3} \times \frac{h}{6} \left(\frac{\pi d^2}{4} + 0 + 2 \left(\frac{\pi d^2 \times 4^2}{4 \times 6^2} + \frac{\pi d^2 \times 2^2}{4 \times 6^2} \right) + 4 \left(\frac{\pi d^2 \times 5^2}{4 \times 6^2} + \frac{\pi d^2 \times 3^2}{4 \times 6^2} + \frac{\pi d^2}{4 \times 6^2} \right) \right)$$

$$= \frac{1}{3} h \times \frac{\pi d^2}{4} = \frac{1}{3} h \times 0{,}7854\ d^2$$

gleiches Resultat wie in Nr. 5.

Auf ähnliche Weise könnte auch der Cubikinhalt einer Kugel, einer Halbkugel, und überhaupt aller cylindrischen Figuren, wie z. B. der eines Paraboloids, einer Ellypsoide ɛc., gefunden werden.

Beispiel II.

Die Tragbarkeit eines Schiffes zu berechnen.

Wie in Nr. 26. gesagt wird, wird ein jeder Körper, welcher in Wasser gesetzt wird, so weit darin eintauchen, daß das Wasserquantum, welches der eingesenkte Theil des Körpers verdrängt, an Gewicht demjenigen des ganzen Körpers selbst gleich kommt. Um also im Voraus berechnen zu können, wie tief ein gewisses Schiff geht, muß man nicht nur wissen, wieviel das ganze Schiff mit allen seinen Theilen wiegt, sondern auch ganz genau die äußere Gestalt des untern Schiffstheiles kennen. Dies geschieht indem man die Länge des Schiffes in eine beliebige Anzahl gleicher Theile theilt, und die verschiedenen durch die dadurch entstandenen Theilungspunkte gezogenen Querdurchschnitte aufmißt, und die Flächeninhalte derselben bis zu einem gewissen Tiefgange durch obige Regeln berechnet. Da die Querdurchschnitte der Schiffe gewöhnlich bloß im Vorder- und Hinterschiffe sehr von einander verschieden, diejenigen des mittlern Schiffstheiles einander hingegen beinahe gleich sind, so theilt man, um die Rechnung so viel als möglich zu erleichtern, und um

doch zu einem genauen Resultate zu kommen, das Schiff seiner Länge nach in drei oder mehrere Portionen, berechnet jede derselben besonders, und nimmt bei den an den Vorder- und Hintersteven angrenzenden eine größere Anzahl von Querdurchschnitten als bei den übrigen an.

Es sey z. B. das Quantum Wasser zu berechnen, welches ein Schiff von 96 Fuß Länge versetzt, wenn es drei Fuß tief geht. Die Länge des Schiffes sey in 12 gleiche Theile eingetheilt, und die Flächeninhalte der dadurch erhaltenen Querdurchschnitte, bis auf diesen Tiefgang gerechnet, seyen folgende:

$A = 0$	$F = 58{,}9\ \square'$	$L = 63{,}8\ \square'$
$B = 11{,}2\ \square'$	$G = 63{,}1\ \square'$	$M = 55{,}6\ \square'$
$C = 27{,}7\ \square'$	$H = 69{,}3\ \square'$	$N = 0$
$D = 42{,}9\ \square'$	$I = 66{,}4\ \square'$	
$E = 53{,}4\ \square'$	$K = 64{,}5\ \square'$	

Da die Entfernung zwischen je zwei Querdurchschnitten $\frac{96}{12} =$ 8′ beträgt, so ist der Cubikinhalt des versetzten Wassers bei 3 Fuß Tiefgang =

$$\tfrac{8}{3}\,(0 + 0 + 2\,(27{,}7 + 53{,}4 + 63{,}1 + 66{,}4 + 63{,}8) + 4 \times (11{,}2 + 42{,}9 + 58{,}9 + 69{,}3 + 64{,}5 + 55{,}6)) = 4689$$

Cubikfuß und da ein Cubikfuß (franz.) = 34,28 Kil. wiegt, so ist das Gewicht des verdrängten Wassers

$$= 4689 \times 34{,}28 = 160\cdot740 \text{ Kilogr.}$$

Ein genaueres Resultat würde man jedoch erhalten, wenn man bloß den zwischen den Querdurchschnitten B und M enthaltenen Theil auf diese Weise berechnete, und die auf andere Weise gefundenen Cubikinhalte der zwischen B und dem Vordersteven A und zwischen M und dem Hintersteven N enthaltenen Schiffstheile nachher dazu zählte.

Um nun die Wasserversetzung dieses Schiffes für einen größern Tiefgang auch zu bestimmen, kann man entweder alle Querdurchschnitte von neuem auf dieselbe Weise, oder hingegen bloß die Flächeninhalte einiger der ganzen Länge des Schiffes nach gezogenen Horizontaldurchschnitte berechnen. Ist z. B. der Flächeninhalt des Horizontaldurchschnittes bei 3 Fuß Tiefgang = 2300 □Fuß, derjenige bei $3\frac{1}{2}$ Fuß Tiefgang = 2380 □Fuß und der bei 4 Fuß Tiefgang = 2440 □Fuß, so wird der zwischen den Horizontaldurchschnitten von 3 und $3\frac{1}{2}$ Fuß Tiefgang enthaltene Cubikinhalt $= \frac{2300 + 2380}{2} \times 6''$ = 1170 Cubikfuß, und der zwischen den Horizontaldurchschnitten von 3 und 4 Fuß Tiefgang sich befindende.

$$= \frac{2300 + 2 \times 2380 + 2440}{2} \times 6''$$

= 2375 Cubikfuß, daher die totale Wasserversetzung auf $3\frac{1}{2}$ Fuß Tiefgang = 5859 Cubikfuß = 200846 Kil. und diejenige auf 4 Fuß Tiefgang = 7064 Cubikfuß = 242154 Kil. betragen.

Ferner wird das Gewicht seyn, welches den Tiefgang des Schiffes um 1 Zoll vergrößert

bei 3 Fuß Tiefgang $= 2300 \times \frac{1}{12} \times 34{,}28 = 6570$ Kil.
bei $3\frac{1}{2}$ Fuß Tiefgang $= 2380 \times \frac{1}{12} \times 34{,}28 = 6798$ Kil.
bei 4 Fuß Tiefgang $= 2440 \times \frac{1}{12} \times 34{,}28 = 6970$ Kil.

Frage. Das nämliche Schiff gehe leer 3′ 6″. Wie tief wird es gehen, wenn es mit 18 Tonnen Gütern beladen wird?

Antwort. 18 Tonnen = 18000 Kilogramm. Auf diesem Tiefgang sinkt das Schiff mit 6798 Kil. um 1 Zoll, folglich mit 18000 Kil. um $2\frac{2}{3}$ Zoll. Es wird daher das Schiff beladen einen Tiefgang von 3′ $8\frac{2}{3}$ Zoll haben.

Die Regel, nach welcher von den englischen Beamten zur Bestimmung des zu entrichtenden Tonnengeldes, die Tonnenlast (tonnage) eines Schiffes berechnet wird, ist folgende:

Man vervielfache seine größte Breite mit sich selbst, und ferner noch mit der halben Länge seines Kieles und theile das Produkt durch 94, so erhält man die Anzahl von Tonnen, welche das Schiff tragen kann.

Man sieht jedoch, daß zufolge dieser Regel alle Schiffe von gleicher Länge und Breite, welche Construction sie auch haben mögen, das nämliche Tonnengeld bezahlen müssen, obschon die vollgebauten Schiffe weit mehr Güter laden können als scharfgebaute.

Eine viel genauere Regel ist folgende von Chapman:

Man messe den Tiefgang des Schiffes auf, wenn dasselbe unbeladen und ferner wenn es beladen ist, vervielfache den Unterschied dieser zwei Tiefgänge mit der größten Breite des Schiffes und noch mit seiner doppelten Länge und theile das Produkt durch

105, wenn das Schiff überall fast den nämlichen Querdurchschnitt hat

110, wenn das Schiff voll gebaut und durch

115, wenn es scharf gebaut ist.

Beispiel. Es sey der Tiefgang eines vollgebauten Schiffes in unbeladenem Zustande = 6 Fuß vorne und 6′ 4″ hinten, in beladenem Zustande 9′ 8″ vorne, 9′ 10″ hinten; die Länge des Schiffes = 92 Fuß und seine größte Breite = 28 Fuß. Der Unterschied der Tiefgänge wird seyn:

$$= \frac{9' \, 8'' + 9' \, 10''}{2} - \frac{6' + 6' \, 4''}{2} = 3' \, 7''$$

Daher die Anzahl von Tonnen, welche das Schiff geladen hat:

$$= \frac{3' \, 7'' \times 28' \times 2 \times 92'}{110} = 168 \text{ tons.}$$

Beispiel III.

Eine Straße von 330 Meter Länge und 10 Meter Breite, welche in allen Richtungen Unebenheiten besitzt, durch Austiefung und Erhöhung gewisser Theile in eine Straße umzuändern, welche eine Ebene bildet, deren Neigung $= \frac{1}{150}$ oder auf 150 Meter Länge 1 Meter beträgt, und zwar so, daß das Quantum der einzutragenden Erde (Remblais) gleich ist dem Quantum der auszugrabenden Erde (Déblais). (Fig. 10.)

Man theile die Länge des Weges in eine gewisse Anzahl gleicher Theile, z. B. in 11, messe die durch die Theilungspunkte gehenden Querdurchschnitte von einer angenommenen Horizontalebene A M auf, und berechne deren Inhalt.

Es seyen die Flächeninhalte dieser Sektionen in □ Metern ausgedrückt, folgende:

A = 10,75	G = 10,57
B = 13,53	H = 15,39
C = 18,67	I = 20,76
D = 11,34	K = 26,05
E = 5,15	L = 30,75
F = 7,36	M = 36,85.

Der Cubikinhalt des ganzen Erdkörpers zwischen der Horizontalebene A M und der jetzigen Erdoberfläche wird daher (nach Regel III.) seyn:

$$A\,a\,e\,f\,g\,M\,A = \frac{3}{8} \times \frac{330}{11} (10{,}75 + 36{,}85 + 2\,(11{,}34 + 10{,}57 + 26{,}05) + 3\,(13{,}53 + 18{,}67 + 5{,}15 + 7{,}36 + 15{,}39, + 20{,}76 + 30{,}75)) = \frac{90}{8} (47{,}60 + 2 \times 47{,}96 + 3 \times 111{,}61) = 5781{,}44 \text{ Cubikmeter.}$$

Da nun zum Bau der neuen Straße weder Erde hinzugeführt, noch Erde wegtransportirt werden darf, so muß das Volum des zwischen der Horizontalebene A M und der zu errichtenden schiefen Ebene c d enthaltenen Erde dem so eben gefundenen Volume von 5381,44 Cubikmeter gleich seyn.

Da ferner die Neigung $= \frac{1}{150}$, die Länge der Bahn = 330 Meter ist, so muß der Punkt C um 2,20 Meter tiefer stehen, als der Punkt d, und folglich wenn die Distanz Ac = x gesetzt wird, Md = x + 2,^{m}20 seyn.

Es ist daher das Volum zwischen der Ebene AM und cd =

$$\frac{330}{2} (Ac + Md) \times 10^{m}.$$

$$\frac{330}{2} (2\,x + 220) \times 10^{m} = 5381{,}44.$$

und daher Ac = x = $0^{m}53$

und Md = 0,53 + 2,20 = 2,^{m}73

betragen.

Des nämlichen Verfahrens kann man sich bedienen, wenn entweder die frühere Bahn oder die veränderte Bahn nicht zwischen zwei Parallellinien eingeschlossen ist, oder nicht auf allen Punkten ihrer Länge die nämliche Breite besitzt.

Nr. 5.

Berechnung der Oberfläche und des Inhalts von Körpern.

Die Oberfläche eines Körpers wird, so wie jede Fläche, durch eine quadratische Fläche, als Maaßeinheit, gemessen.

Der Inhalt hingegen durch Würfel oder ein kubisches Maaß; durch Cubikfuße, Cubikruthen u. s. w.

Wenn 1′ = 12″, so ist 1 □′ = 12. 12 oder 144 □″ und 1 Cub.′ = 12^3 oder 1728 Cub.″

Eben so ist:

1 Cub.-Yard = 27 Cub.′ (3 . 3 . 3).
1 „ Toise = 216 „ (6 . 6 . 6).

1) Wie man die Seitenfläche eines geraden Prismas oder Cylinders findet.

Man multiplizire den Umfang mit der Höhe (oder Länge).

Beisp. Wie groß ist die Seitenfläche einer kreisrunden Säule, die überall 4′ 2″ Durchmesser hat und 18′ hoch ist?

$4\frac{1}{6} \times 3{,}1416 \times 18 = 233{,}62$ □′.

Will man die ganze Oberfläche kennen, so addirt man noch die beiden Grundflächen, nämlich:

$2 . \frac{25}{6} . \frac{25}{6} . 0{,}7854 = 27{,}2708$ □′.

2) Wie man die Seitenfläche eines **Kegels** (Fig. 8.), oder einer senkrechten **Pyramide** berechnet.

Man multiplizirt den Umfang der Basis mit der halben Seitenlänge.

Beisp. Ist der Umfang der Basis einer Pyramide = 15′ und die Seitenhöhe = 20′, so ist die Oberfläche derselben (ohne die Basis) = 15 × 10 = 150 □′.

Anmerk. Kennt man bei einem Kegel nur die senkrechte Höhe und den Radius der Basis, so findet sich die Seitenhöhe, wenn man die Quadrate der senkrechten Höhe und des Radius addirt und aus dieser Summe die Wurzel zieht.

Beisp. Wie groß ist die Seitenfläche des Kegels cod (Fig. 11.), wenn die Höhe oq = 16′ der Radius qd = 5′?

Antw. 16 . 16 = 256; 5 . 5 = 25; 256 + 25 = 281; also $\sqrt{281} = 16\frac{3}{4}$ = ad. Der Umfang = 2 × 5′ × 3,1416 = 31,416 und hiemit die Fläche = 31,416 × $8\frac{3}{8}$ = 263,07 □′.

3) Die Seitenfläche einer oben parallel mit der Basis **abgeschnittenen Pyramide** oder eines solchen abgestutzten Kegels findet sich, wenn man den unteren und oberen Umfang addirt und die Hälfte dieser Summe mit der Seitenlänge multiplizirt.

Beisp. Beträgt der obere Umkreis des abgeschnittenen Kegels **cab** (Fig. 11.) 7″ und der untere 12′, die Linie **bd** aber 10′, so wird $\frac{7 + 12}{2}$ oder $9\frac{1}{2}$ × 10 = 95 □′ die Seitenfläche seyn.

4) Wie der körperliche **Inhalt** eines **Prismas** oder **Cylinders** berechnet wird.

Man multiplizirt den Inhalt der Basis mit der Höhe.

Beisp. a) Enthält die Basis einer mehrseitigen Säule 18 □″ und ist sie 11′ hoch, so ist der Kubikinhalt derselben 11 × 18 oder 198 Kub. Fuß.

b) Welches ist der Inhalt eines Cylinders, der 3′ 3″ Diameter hat und 8′ hoch ist?

Antw. Die Basis ist 3,25 × 3,25 × 0,7854 = 8,3158 □′, und diese, mit 8 multiplizirt, geben 66,5125 Kub.′ als Inhalt des Cylinders.

5) Der kubische Inhalt eines Kegels oder einer Pyramide ist genau 3mal kleiner als der eines Cylinders oder Prismas von gleich großer Basis und Höhe.

Man findet ihn also auf dieselbe Weise, indem man bloß das Produkt der Basis und Höhe noch durch 3 dividirt.

Beisp. Hat die Basis einer Pyramide 12 □′ und die Höhe 21′, so ist der Inhalt = $12 \times \frac{21}{3}$ oder 84 Kub.-Fuß.

6) Der Kubikinhalt eines horizontal abgeschnittenen Kegels berechnet sich also: (S. Fig 11.)

Man addire zu den beiden Quadraten der Halbmesser das Produkt der Halbmesser, und multiplizire die gefundene Zahl mit 1,0472 der Höhe.

Beisp. Welches ist der Kub.-Inhalt eines abgestumpften Kegels, wenn der untere Radius = 7′, der obere 4′, und die Höh, p q = 9′ ist?

Antw. Die beiden Quadr. der Halbmesser sind

hier = 49 + 16	. . .	= 65
Das Produkt ders. = 4 × 7	. . .	= 28
Summe	. . . .	93

Die Höhe = 9, multip. mit 1,0472 = 9,4248.
9,4248 × 93 = 876,5 Kub.-Fuß — als Inhalt.

7) Wie die Oberfläche einer Kugel zu berechnen ist.

a) Man multiplizire den Durchmesser mit dem Umfange.
b) Oder das Quadrat des Durchmessers mit 3,1416.
c) Oder das Quadrat des Umfangs mit 0,3183.

Beisp. 1) Wie groß ist die Oberfläche, wenn der Diam. = 7′ ist (und der Umfang also = 22′)?

Nach a erhält man 7 × 22 = 154 □′
„ b, 7 × 7 × 3,1416 . = 153,94 □′
„ c, 22 × 22 × 0,3183 = 154,06 □′

2) Welches ist die Oberfläche einer Kugel, deren Umfang 8′ 5″ beträgt?

8′ 5″ = 101″.
101 × 101 × 0,3183 = 3247 □″ oder 22 □′ 79 □″.

3) Welches ist die Oberfläche, wenn der Diam. 3′ 8″?

$3\frac{2}{3} \times 3\frac{2}{3}$ oder $\frac{11}{3} \times \frac{11}{3} \times 3{,}1416 = 42{,}24$ □′.

8) Wie man den Kubikinhalt einer Kugel berechnet.

a) Man multiplizire die Oberfläche mit $\frac{1}{6}$ des Durchmessers.
b) Oder den Kubus des Diameters mit 0,5236.
c) Oder den Kubus des Umfangs mit 0,01688.
d) Oder den Kubus des Radius mit 4,1888.

Beisp. Welches ist hiemit der Inhalt einer Kugel von 7′ Diam.?

Nach a beträgt er 154 × $\frac{7}{6}$ = . . 179$\frac{2}{3}$ K.-Fuß.
„ b 7^3 = 343 × 0,5236 = . . 179,6 „
„ c 22^3 = 10648 × 0,01688 = . 179,74 „

Alle drei Regeln geben also sehr wenig abweichende Resultate.

9) Wie berechnet man die krumme Fläche und den körperlichen Inhalt eines sphärischen Segments? (Fig. 5.)

Die Fläche findet man, wenn man den größten Umfang der Kugel mit der Höhe des Segments (oder der Calotte) multiplizirt.

Um den Inhalt zu finden, multiplizire man das Quadrat des Radius der Basis mit 3 und addire das Quadrat der Höhe. Diese Summe mit 0,5236 der Höhe multiplizirt, gibt den Inhalt.

Beisp. a) Wie groß ist die Fläche des Kugelabschnitts a b c, wenn die Höhe = 2′ und der Diam. der Kugel = 8′?

Antw. 8 × 3,1416 = 25,1328 der Umfang,
und 25,1328 × 2 = 50,2656 □′ die Fläche.

b) Wie groß ist der Inhalt desselben?

Um diesen zu finden, muß man vorerst den Radius der Basis oder c d kennen, oder dessen Quadrat.

Nun aber ist $\overline{co}^2 - \overline{do}^2 = \overline{cd}^2$; d. h. $4^2 - 2^2 - \overline{cd}^2$; also das Quadrat jenes Radius = 12.

Hiemit berechnet sich obiger Inhalt also:

12 × 3 = 36 und 36 + 4 = 40.

40 × 2 × 0,5236 = 41,888 Kub.′ als Inhalt des Abschnitts.

Verhältnisse.

Bei völlig ähnlichen Körpern, d. h. bei allen solchen, deren respektive Seitenlinien einander durchaus proportional sind, stehen die homologen Flächen im quadratischen Verhältnisse der Linien, und die körperlichen Räume im kubischen.

Ist hiemit der Durchmesser einer Kugel a 3mal größer, als der einer Kugel b, so ist auch der Umfang 3mal größer die Oberfläche aber ist 9mal größer, und der Inhalt 27mal größer.

Dasselbe gilt von Würfeln u. a., und namentlich auch von Modellen, die nach einem verjüngten Maaßstabe in allen Theilen ausgeführt sind. Sind 6″ z. B. auf 1 reduzirt, so ist jede Fläche im Modelle 36mal kleiner, und der körperliche Inhalt eines jeden Theils 6 · 6 · 6 oder 216mal kleiner.

Es verhält sich ferner:

Die Seite eines Quadrats zu seiner Diagonale wie

$1 : \sqrt{2}$ oder $1 : 1{,}4142$.

und die Seite eines Würfels zu seiner größten Diagonale wie

$1 : \sqrt{3}$ oder $1 : 1{,}73205$.

Ferner ergibt sich aus dem Vorigen:

1. Daß die Oberfläche einer Kugel gerade 4mal so groß ist, als die des größten Kreisdurchschnitts.

2. Daß die Oberfläche einer Kugel genau so groß ist, als die Seitenfläche eines Cylinders von demselben Durchmesser und gleicher Höhe.

3. Daß der Inhalt eines solchen Cylinders gerade um die Hälfte größer ist, als der einer Kugel von gleichem Diameter; oder daß sich dieser zu jenem verhält wie 2 : 3.

4. Daß der Inhalt einer Kugel sich zu dem des Würfels von gleicher Höhe verhält (ziemlich genau) wie 11 : 22; oder daß dieser beinahe doppelt so groß ist.

Nr. 6.

Inhalt und Gewicht des Wassers in cylindrischen Röhren.

Ist der innere Durchmesser einer cylindrischen Röhre $=1''$, o faßt sie bei 1' Länge 9,4248 Kub.Zoll ($\frac{1}{4} \times 3{,}1416 \times 12$) od. $9\frac{17}{40}$ K.''

bei 2' „ 18,8496

„ 3' „ 28,2743 u. s. w.

Dieses gilt natürlich für alle Fußmaaße, bei Duodezimaleintheilung.

Bei gleicher Länge verhält sich der Inhalt wie das Quadrat der Durchmesser. Eine Röhre also

von 1' Länge und 2'' Diam. faßt $4 \times 9\frac{17}{40} = 37\frac{7}{10}$ K.Z.

„ 1' „ und 3'' „ „ $9 \times 9\frac{17}{40} = 84\frac{33}{40}$ „

Es läßt sich hiemit leicht der kubische Inhalt jeder Röhre finden, wenn Länge und Weite gegeben sind. ($v = l \,.\, d^2 \,.\, 9{,}4248.$)

Beisp. Wie groß ist der kubische Inhalt, wenn die Röhre $81\frac{1}{2}'$ lang (oder hoch) und $3\frac{1}{4}''$ weit ist?

1' faßt $\frac{13}{4} \times \frac{13}{4} \times 9{,}4248$ Kub.-Zoll,

oder 99,55 Kub.-Zoll.

Diese mit $81\frac{1}{2}$ multiplizirt geben 8113 K.Z. oder (durch 1728 dividirt) 4 Kub.-Fuß und 1201 K.Z.

Hiemit: $\frac{8113}{231} = 35\frac{4}{33}$ Gallonen (engl. Weinmaaß).

Eben so leicht findet man die Länge (L), wenn Inhalt (V) und Weite (d) gegeben sind. $L = \frac{V}{d^2 \times 9{,}4248}$.

Etwas schwieriger ist die Berechnung der Weite oder des Durchmessers. Wie man zu verfahren hat, ergibt sich indessen aus folgendem Beispiel.

Ein $3\frac{1}{4}$ hoher Cylinder soll $8\frac{1}{2}$ Kub.′ enthalten, wie groß muß der innere Durchmesser desselben seyn?

Man reduzire obige Maaße in Zoll. Die Höhe findet sich $= 5\frac{1}{4} \times 12 = 63''$ und der Inhalt $= 8\frac{1}{2} \times 1728 = 14688$ K.″

Dividirt man diese Zahl durch 63, so erhält man die Durchschnitts- oder Bodenfläche des Cylinders in □Zollen = $233\frac{1}{6}\frac{1}{3}$ □.″

Jede Kreisfläche ist aber = 0,7854mal d^2 oder $\frac{11}{14}$mal d^2. Man findet also den verlangten Durchmesser, wenn man die Fläche durch jene Bruchzahl dividirt und aus dem Quotienten die Quadratwurzel auszieht.

Dividirt man $233\frac{1}{6}\frac{1}{3}$ durch $\frac{11}{14}$, so erhält man 297; und zieht man daraus die □Wurzel, so findet man 17,″2 als Durchmesser des obigen Cylinders.

Leichter findet er sich durch Verwandlung der obigen Formel in folgende:

$$d = \sqrt{\frac{V}{L \times 9{,}4248}}$$

D. h., man multiplizire die Länge oder Höhe des Cylinders in Fußen mit 9,4248, dividire durch das Produkt den Inhalt in Kubik-Zollen und ziehe aus dem Quotienten die Wurzel; so erhält man den Diameter.

Der Gehalt an Wasser und das Gewicht desselben (in engl. Maaßen) läßt sich leicht finden, wenn man weiß, daß

1 Gallon Weinmaaß = 231 und Biermaaß = 282 Kub.″ und 27¾ Kub.″ Wasser = 1 engl. Pfund oder 16 Unzen.

Zu schneller Berechnung dient folgende Tafel, die den Inhalt einer 1″ weiten Röhre in Kubik-Zollen und das Gewicht des Wassers in englischen Unzen (avoir du pois) angibt.

Höhe der R. in Fußen.	Inhalt in Kub.″	Gewicht in Unzen.	Höhe der R. in Fußen.	Inhalt in Kub.″	Gewicht in Unzen.
1	9,42	5,46	20	188,49	109,24
2	18,85	10,92	30	282,74	163,86
3	28,27	16,38	40	376,99	218,47
4	37,70	21,85	50	471,24	273,09
5	47,12	27,31	60	565,49	327,71
6	56,55	32,77	70	659,73	382,33
7	65,97	38,23	80	755,98	436,95
8	75,70	43,69	90	848,23	491,57
9	84,82	49,16	100	942,48	546,19
10	94,25	54,62	200	1884,96	1092,38

Bei weiteren Röhren verhält sich Inhalt und Gewicht wie die Quadrate der Durchmesser.

Beisp. Wie viel wiegt das Wasser in einer 65' hohen Röhre, die $3\frac{1}{2}$ Zoll weit ist.

In einer 1zölligen ist das Gew. $= 327{,}71 \times 27{,}31 = 335{,}02$ Unz.

In einer $3\frac{1}{2}$zölligen wiegt es $\frac{7}{2} \times \frac{7}{2} = \frac{49}{4}$ oder $12\frac{1}{4}$mal mehr, also 4104 Unzen oder 256 Pf. 8 Unzen.

Die beiden ersten Columnen gelten natürlich für jedes andere Fußmaaß auch; das Gewicht nur erfordert eine verschiedene Berechnung. Diese ist inzwischen leicht, wenn man sich folgender Tabelle bedient.

Gewicht des reinen Flußwassers, ausgedrückt in folgenden Maaßen.

	Kilogram.	Wiener Pfund.	Nürnb. Pfund.	Franz. Pfund.	Preuß. Pfund.	Engl. Pfund.
1 Cub. Meter wiegt	1000	1785,71	1960,52	2042,88	2138,07	2205,48
1 Franz. Cub.Fuß	34,28	61,21	67,20	70,02	73,29	75,60
1 Wiener Cub.Fuß	31,57	56,37	61,87	64,49	67,49	69,62
1 Rheinl. Cub.Fuß	30,92	55,21	60,50	62,93	66,11	68,19
1 Berlin. Cub.Fuß	29,69	53,01	58,20	60,64	63,47	65,47
1 Engl. Cub.Fuß	28,32	50,07	55,55	57,86	60,55	62,46
Gewicht des Seewassers.						
1 Cub.Meter wiegt	1022					
1 franz. Cub.Fuß	35,03	—	—	71,56		
1 engl. Cub.Fuß	28,94	—	—	—	—	63,83

$= \frac{1}{35}$ engl. Tonne ungefähr.

Beisp. Wieviel wiegt das Wasser, welches in einer 3'' weiten und 40' hohen Röhre (rheinl. Maaß) enthalten ist?

Antw. Der Inhalt dieser Röhre $= 3 \times 3 \times 377 = 3393$ Cub. Zoll.
$= 1{,}9635$ Cub. Fuß
und das Gewicht des darin enthaltenen Wassers $= 1{,}9635 \times 68{,}19$
$= 234$ engl. ℔.

Berechnung in französischen Maassen.

Ist die Länge des Cylinders $= 1$ Meter und der innere Diam. $= 1$ Centimet., so ist der Inhalt der Röhre
$= 0{,}7854 = 78{,}54$ Kubik-Centimeter.

Es ist also der Inhalt für jede andere Röhre, deren Länge in Metern, und deren Diam. in Centimet. ausgedrückt ist, oder $V = 0{,}07854 \cdot d^2 \cdot L$ Kub. Meter.

folglich $L = \frac{V}{0{,}07854 \times d^2}$

$$d = \sqrt{\frac{V}{L \times 0{,}07854}}$$

Inhalt von Fässern.

Betrachtet man das Faß als zusammengesetzt aus zwei abgekürzten Kegeln, so ist, da der Inhalt eines horizontal abgeschnittenen Kegels $= (r^2 + r'^2 + rr') \times 1{,}0472$ H. ist, derjenige eines Fasses $= (d^2 + d'^2 + dd') \times 0{,}2618$ L. Wo d und d′ die beiden Diameter des Fasses in der Mitte und am Boden, und L die ganze Länge desselben bedeuten.

Gewöhnlich betrachtet man aber das Faß in der Praxis als einen Cylinder, dessen Diameter ein arithmetisches Mittel zwischen dem größten und kleinsten Diameter des Fasses ist; und bedient sich alsdann der Formel:

$$v = 0{,}7854 \times d^2 \times L.$$

Für d werden alsdann folgende Werthe gesetzt:

Bei Fäßchen von bedeutender Wölbung;

$$d = d'' + 2\,\frac{2}{3}\,(d' - d'').$$

Bei minder gewölbten;

$$d = d'' + \tfrac{3}{5}\,(d' - d'').$$

Bei fast cylindrischen;

$$d = d'' + \frac{55}{100}\,(d' - d'').$$

d′ bedeutet den Diam. in der Mitte; und d″ den des Bodens.

Beispiel. Welchen Inhalt hat ein stark gewölbtes Faß, dessen Diameter an dem Boden = 4′, und in der Mitte = 4′ 6″, und dessen Länge = 5′ ist?

Antwort. Der mittlere Durchmesser d = 4′ + ⅔ (4′ 6″ — 4′) = 4′ 4″.

Daher der Inhalt = 5′ × 0,7854 × (4′ 4″)² =

Nr. 7.

Von der Reibung. *)

Der Widerstand, den die Reibung der Bewegung entgegensetzt, entspringt aus den Rauhigkeiten der sich berührenden Flächen, und dieses noch insbesondere zu überwindende Hinderniß ist nach verschiedenen Umständen bald größer bald kleiner.

Es gibt zweierlei Reibung, die gleitende und die drehende oder rollende. Die erstere erzeugt sich, wenn sich zwei Flächen auf einander bewegen; die letztere, wenn sich ein runder Körper auf einer Fläche oder irgend einem andern Körper bewegt. Erstere ist weit beträchtlicher als letztere.

Für beide Arten von Reibung lehrt die Erfahrung folgendes:

1) Die Reibung ist desto geringer, je härter und je glätter oder polirter die reibenden Flächen sind. Man vermindert dieselbe aus diesem Grunde durch Einschmieren der reibenden Körper mit Fett, Oel, Graphit ꝛc.

Unter großen Pressionen sind die weichsten Fette die schlechtesten und, sind die Berührungsflächen auf abgerundete Winkel reduzirt, so wird die Reibung durch Fette sehr wenig vermindert.

---

*) Siehe Coulombs Traité des machines simples.

Je kleiner der Druck übrigens ist, desto feiner und flüssiger müssen die Fette seyn.

2) Die Reibung ist im Anfange der Bewegung weit größer, als während derselben. In der Praktik kommt indessen nur letztere in Betracht, da erstere nur während eines Augenblickes eine größere Kraft zur Ueberwindung derselben erfordert.

Nach Coulomb ist bei Eichenholz das Verhältniß der Reibung im Anfange der Bewegung zu der während derselben wie 9,5 : 2,2. Bei den Metallen sind hingegen diese beiden Reibungen einander ziemlich gleich, besonders wenn sie nicht geschmiert sind.

3) Die Reibung nimmt in direkter Proportion mit dem Drucke zu, der auf die reibenden Körper ausgeübt wird. Das Verhältniß dieses Druckes zu der daraus entspringenden Reibung ist für einen und denselben Fall, und unter ganz gleichen Umständen konstant, hängt aber in den verschiedenen Fällen ganz von der Natur der reibenden Körper und dem Fette ab, mit welchem der Körper eingeschmiert wird. Dieses Verhältniß wird Reibungskoefficient genannt und mit f bezeichnet.

Bezeichnet also R die Reibung, P den Druck, so ist

$$f = \frac{R}{P} \text{ und } R = f\,P.$$

Um also die Reibung zu bestimmen, welche zwischen zwei Körpern Statt hat, darf man nur den Druck, mit welchem der eine Körper auf den andern drückt, mit dem Reibungskoefficienten multipliziren, der durch Versuche für jeden besondern Fall schon bestimmt worden ist und weiter unten angezeigt wird.

Beisp. Ist a 100 ℔ schwer, und beträgt die Reibung bei dieser Pression 25 ℔., so ist der Reibungskoefficient oder $f = \frac{100}{25} = 4$, und bei sonst gleichen Bedingungen würde die Reibung 50 ℔. betragen, wenn a 200 ℔. schwer wäre.

4) Die Reibung ist desto geringer, je kleiner die Berührungsflächen sind. Bei zwei auf einander rollenden Cylindern besteht die Berührungsfläche nur aus einer geraden Linie, und die Reibung ist daher sehr gering.

5) Die Reibung verändert sich mit der Geschwindigkeit der reibenden Körper.

Bei großen Berührungsflächen nimmt die Reibung mit der Geschwindigkeit zu, bei sehr kleinen nimmt dieselbe hingegen ab, während die Geschwindigkeit zunimmt.

Zwischen zwei mit Fett geschmierten Metallflächen und unter grossen Pressionen nimmt die Reibung bedeutend ab, wenn die Geschwindigkeit zunimmt. Dies hat nicht statt, wenn die Flächen mit Olivenöl geschmiert sind.

6) Die Reibung ist zwischen homogenen Körpern unter sonst gleichen Umständen größer, als zwischen heterogenen Körpern.

7) Zwischen zwei Metallen erreicht die Reibung ihr Maximum in einem Augenblicke; zwischen Metall und Holz braucht es dazu einige Minuten, und zwischen zwei Hölzern braucht es dazu wohl einige Tage Ruhe.

1) Gleitende Reibung.

Nach Coulombs immer noch vorzüglich schätzbaren Versuchen beträgt der Reibungskoefficient:

	Während der Bewegung.		Am Anfange der Bewegung.	
	trocken	mit Fett	trocken	mit Fett
Eichen auf Eichen .	9 — 10	20	2,3	2,5
Tannen auf Tannen .	6	—	1,8	—
Ulmen auf Ulmen .	10	—	2,2	—
Eichen auf Tannen	6,2—6,5	—	1,5	—
Eisen auf Eisen *)	11,8 — 13	23	5,08	—
Eisen auf Eisen **)	5,5 — 4,3	33,1		
Kupfer auf Eisen		47,1	5,5	—
Eisen auf Eisen .	3,5 — 3,6	6—10 [1])	3,5	—
Eisen auf Kupfer	4 — 4,2	8—11 [1])		—
		7,9—7,1 [2])	3,8	—
id. bei kleinen Berührungsflächen .		—	5,95	—

Nach Muschenbroeck ist der Reibungskoefficient:

	trocken.	geölt.
Bei Stahl auf Stahl	3,64	4,16.
— — — Kupfe . . .	3	5,7.
— — — Zinn . . .	3,33	4,7.
— — — Blei . . .	3,33	46.
— — — Messing . . .	4,4	75.
Ferner: bei Gußeisen auf Gußeisen .	6,12.	
— — — Schmiedeisen	5,67.	
— — — Stahl . . .	7,20.	

*) Bei einer sehr kleinen Geschwindigkeit.

**) Bei einer Geschwindigkeit von 1′ pr. Sekunde.

[1]) Bei jedem Versuche wieder eingeschmiert.

[2]) Die Schmiermittel nicht erneuert.

Reibung der faserigten Substanzen, wie Leinwand, Wolle ꝛc.

Aus Rennies Versuchen ergibt sich folgendes:

1) Die Reibung nimmt ab, so wie der Druck zunimmt. Bei 60 ℔ ist die Reibung $\frac{1}{3}$ des Druckes, bei 1 ℔ ist dieselbe größer als der Druck selbst.

2) Die Reibung ist geringer bei grober Leinwand als bei feiner.

3) Die Reibung nimmt bedeutend zu mit der Dauer der Berührung.

Aus Rennies Versuchen über die Reibung des Eises geht hervor, daß sie sich beträchtlich mit der Vermehrung des Druckes vermindert; jedoch ist noch kein Gesetz dafür aufgefunden worden.

Zwischen Eis und Eis ist die Reibung während der Bewegung bei 1 ℔. 8 Unzen Druck $\frac{1}{8}$ desselben, bei 144 ℔ Druck hingegen nur $\frac{1}{16}$ desselben. Zwischen Eisen und Eis ist die erstere Reibung $\frac{1}{21}$, die letztere $\frac{1}{78}$.

Die Reibung des nassen Leders nimmt beträchtlich mit dem Drucke und mit der Dauer der Berührung zu. Dieses erklärt die große Reibung, welche immer bei ledernen Pumpenkolben im Anfange der Bewegung Statt hat.

Bei trockenem Leder ist die Reibung $\frac{1}{4}$ — $\frac{1}{6}$ des Druckes und nimmt mit der Größe der Berührungsfläche ab.

Reibung der Steine.

Nach Rondelet sollen gut zugerichtete Steine erst bei einem Winkel von 28 — 36° anfangen zu gleiten. Die Reibung, welche hier statt hat, ist bei allen Construktionen sehr

vortheilhaft und das hauptsächlichste Mittel, um das Gleichgewicht von Brückenbogen, Jochen zc. beizubehalten.

A n h a n g.

Drehende Reibung oder Achsenreibung.

Bei eisernen Zapfen von 19‴ Diam., welche sich in messingenen Büchsen bewegen, ist . . . . f=6,1—6,3.

Bei id. mit Olivenöl oder ähnlichen Substanzen geschmiert . . . . f=7½—8.

id. mit Wagenschmiere . . . . f=8.

id. mit Talg . . . . f=12.

Bei Zapfen von grünem Eichenholz in einer Büchse von Guajakholz:

mit Talg geschmiert . . . . . . f=26.
mit onktuösen Substanzen . . . . . f=17.

id. in einer Büchse von Ulmenholz:

mit Talg . . . . f=33.
mit onktuösen Substanzen . . . . f=20.

Bei eisernen Zapfen in hölzernen Büchsen . . . f=20.

Nach Hr. Bénoit verhält sich bei gut polirten Zapfen eines Wasserrades, welche sich in bronzenen Büchsen bewegen und von Zeit zu Zeit geölt werden, die Reibung, welche an beiden Zapfen statt hat, zu $\frac{1}{20}$ des Gewichtes des Wasserrades, wie der Diameter der Zapfen zu dem des Wasserrades selbst, oder:

$$f = \frac{d\ p}{20\ D.}$$

Man findet also die Reibung, wenn man den Diam. der Zapfen mit dem Gewichte vervielfacht und durch den 20fachen Diam. des Wasserrades theilt.

Ist z. B. das Gewicht des Wasserrades = 2000 ℔, und verhalten sich die beiden Diam. wie 1 : 40, so ist die Reibung auf die beiden Zapfen = $\frac{2000}{40 \times 20}$ = $2\frac{1}{2}$ ℔.

Gewöhnlich zieht man bei Maschinen $\frac{1}{3}$ von der Kraft der Maschine für die Reibung ab. Dieser Abzug ist aber, wie leicht einzusehen ist, in den meisten Fällen zu bedeutend, kann indessen bei neu construirten und noch nicht viel gebrauchten Maschinen angenommen werden.

Von der Transmission der Bewegung vermittelst endloser Riemen.

Die Transmission der Bewegung von einer Achse zu einer andern vermittelst lederner Riemen, beruht gänzlich auf der Reibung, welche durch die Tension derselben an den Rollen oder Tambours, über welche sie laufen, hervorgebracht wird. Je gespannter daher die Riemen sind, desto vollkommener wird die Bewegung fortgepflanzt, desto größer ist aber auch der Kraftverlust, welcher durch jene Reibung entsteht. Je größer die Kraft ist, welche durch die Riemen fortgepflanzt werden muß, desto größer muß die Reibung seyn, und desto größer daher, bei gleicher Tension der Riemen, die Reibungsfläche und hiemit auch die Breite der letztern.

Da bei gleicher Umfangsgeschwindigkeit der Rollen die Kräfte proportional zu den Effekten sind, so folgt hieraus, daß die Breite der Riemen in direktem Verhältnisse zu den Effekten stehen muß. Da ferner bei gleichen Effekten die Kräfte im umgekehrten Verhältnisse zu den Umfangsgeschwindigkeiten und hiemit zu den Diametern der Rollen stehen, so müssen es auch die Breiten der Riemen seyn.

Die Erfahrung zeigt,*) daß ein 3″ breiter Riemen die hinreichende Breite hat, um den Effekt einer Pferdekraft mit einer Umfangsgeschwindigkeit von 500 Fuß per Minute fortzupflanzen.

Die Fortpflanzung von 2 Pferdekräften erfordert daher bei derselben Umfangsgeschwindigkeit einen 6″ breiten, bei einer Umfangsgeschwindigkeit von 750 Fuß bloß einen

$$\frac{6 \times 500}{750} = 4'' \text{ breiten Riemen.}$$

Beispiel. Wie groß muß die Breite eines Riemens seyn, welcher den Effekt von $3\frac{1}{2}$ Pferdekräften vermittelst eines Tambours von 6′ Diameter einer Achse mittheilen muß, welche 75 Umgänge per Minute zu machen hat.

Antwort. Die Umfangsgeschwindigkeit dieses Tambours wird seyn $= 3{,}1416 \times 6' \times 75 = 1414'$ daher die erforderliche Breite des Riemens $= 3'' \times 3\frac{1}{2} \times \frac{500}{1414} = 3'',71$ oder ungefähr $3\frac{3}{4}$ Zoll.

Vermittelst dieser Regel wird man für geringe Effekte und große Geschwindigkeiten eine sehr geringe Breite der Riemen

---

*) Siehe Bulletin de la société de Mulhouse Nr. 6.

erhalten. Damit dieselben jedoch nicht von den Rollen ablaufen, darf die Breite nicht weniger als 2 Zoll betragen. In diesem Falle hat indessen der Riemen keine so große Spannung nöthig, was die Dauer derselben verlängert. Riemen von mehr als 10—12″ Breite werden nur selten angewendet, und meistens durch Räderwerke ersetzt.

Nr. 8.

Ueber die Steifigkeit der Seile. *)

Tabellen zur Bestimmung der Steifigkeit von nicht getheerten Seilen von 3 Litzen (Torons).

1) Seile von 12½''' Circ. und 6 Caretfäden.

Gewicht, welches die Seile spannt.	Trockenes Seil. Diam. der Rollen, um welche das Seil gewickelt wird.			Genetztes Seil. Diam. der Rollen, um welche das Seil gewickelt wird.	
	1''	2''	4''	2''	4''
25 ℔	2 ℔	—	—	—	0,5
125 —	11 —	4	—	4,5	2,2
225 —	47 —	6,5	—	7	3
425 —	31 —	12	5,7	11	5,1
625 —	43 —	15	7,2	14	6,5
1025 —	—	—	11	—	—
2) Seile von 20''' Circ. und 15 Caretfäden.					
25 —	7	3,2	1,7	5	2
125 —	22	9	5	11	4,5
225 —	30	17	7	17	—
425 —	65	31	13	28	10
625 —	92	41	16,7	38	15
1025 —	—	—	27	—	23

*) Siehe Coulomb Traité des machines simples.

3) Seile von 28''' Circ. und 30 Caretfäden.

Gewicht, welches die Seile spannt.	Trockenes Seil. Diam. der Rollen, um welche das Seil gewickelt wird.			Genetztes Seil. Diam. der Rollen,	
	1''	2''	4''	2''	4''
25	11	5	—	2,5	9
125	21	8,5	—	35	13
225	29	14	—	45	17
425	47	23	—	64	26
625	67	31	—	82	35
1025	—	50	34	—	54

Aus diesen Tabellen geht hervor, daß die Steifigkeit eines Seiles in direktem Verhältnisse mit dem Gewichte, welches dasselbe spannt, und in umgekehrtem Verhältnisse mit dem Diameter der Rollen ist. Ferner kann angenommen werden, daß sich die Steifigkeit zweier Seile, wie die Quadrate ihrer Diameter verhalten.

Durch folgende Gleichung läßt sich leicht die Steifigkeit eines jeden Seiles und für irgend eine Tension Q berechnen.

$$R = \frac{1}{D} (a + b\,Q)$$

D ist hier der Diameter der Rolle in Metern, b die Steifigkeit des Seiles für jedes Kilogramm Tension und a eine konstante Größe, welche, um mit der Erfahrung übereinzustimmen, in allen Fällen hinzugerechnet werden muß.

Die Werthe von a und b sind aus folgender Tabelle zu nehmen:

	Gewicht des Seiles für 1 Meter Länge.	Werthe von a in Kil.	Werthe von b in Kil.
Für nicht getheerte Seile von	Kil.	Kil.	Kil.
30 Caretfäden . . .	0,288	0,2225	0,0097
15 — . . .	0,145	0,0635	0,0055
6 — . . .	0,052	0,0106	0,0024
Für getheerte Seile von			
30 Caretfäden . . .	0,333	0,3496	0,01255
15 — . . .	0,163	0,1059	0,00606
6 — . . .	0,069	0,2121	0,0026

Beisp. Wie groß ist die Steifigkeit eines getheerten Seiles von 45 Caretfäden, welches über eine Rolle von 54 Centimeter geht und eine Last von 3916 Kilogrammen trägt.

Für ein Seil von 30 Caretfäden hätte man:

$$R = \frac{1}{0,54}\,(0,35 + 0,01255 \times 3916) = 91,65 \text{ Kil.}$$

Da sich nun die Steifigkeiten zweier Seile wie die Quadrate ihrer Diameter verhalten, so ist die Steifigkeit für ein Seil von 45 Caretfäden oder:

$$R = 91,65 \text{ K.} \times \left(\frac{45}{30}\right)^2.$$

$$= 91,65 \times \frac{9}{4}$$

$$= 206,21 \text{ Kilogramm.}$$

Nr. 9.

Von dem dynamischen Effekte der Kräfte.

Unter Kraft versteht man allgemein irgend eine Ursache, welche den Zustand und die Lage eines Körpers mehr oder weniger verändert oder es thun würde, wenn nicht andere Kräfte den Effekt der erstern aufheben würden.

Diese Kräfte können sehr verschiedenartig auf den Körper wirken; immerhin bringen sie aber auf denselben eine wirkliche Pression oder Traktion hervor und können daher schicklicher Weise mit dem Effekte von Gewichten verglichen und auf diese Weise leicht durch Zahlen ausgedrückt werden. So z. B. versteht man unter einer Kraft von 50 Kilogrammen eine Pression, welche derjenigen eines Gewichtes von 50 Kilogrammen gleichkommt.

Um aber einen mechanischen Effekt hervorzubringen, muß eine Kraft nicht nur ein für allemal den Widerstand eines Körpers überwinden, sondern fortwährend auf denselben wirken und hiemit eine gewisse Geschwindigkeit damit verbunden seyn. Diese Geschwindigkeit wird durch die Länge des Raumes gemessen, welchen der Körper in einer gewissen Zeit vermöge der auf ihn angewendeten Kraft durchläuft.

Das Produkt dieser Geschwindigkeit V in die Pression P oder PV nennt man den dynamischen Effekt oder die mechanische Arbeit (quantité de travail ou d'action eines Motors. Bei der Berechnung des dynamischen Effektes der belebten Motoren, nämlich der Menschen und Thiere, muß jedoch noch ein drittes Element in Betracht gezogen werden, nämlich die Zeitdauer, während welcher dieselben im Stande sind, ihre Arbeit zu verrichten. Diese Dauer wird gewöhnlich durch die Anzahl Stunden, während welchen der Motor täglich arbeiten kann, ausgedrückt. Multiplizirt man diese Zeitdauer (T), in Sekunden ausgedrückt, durch das Produkt PV (oder den dynamischen Effekt in einer Sekunde), so erhält man das Produkt PVT oder den Effekt des Motors in einem Tage.

Das einfachste Mittel, den dynamischen Effekt irgend eines Motors anzugeben, ist, die Vergleichung desselben mit der vertikalen Erhebung eines Gewichtes auf eine gewisse Höhe und in einer bestimmten Zeit.

Man sieht z. B. leicht ein, daß, um 1 ℔ auf 1′ Höhe zu heben, es nur halb so viel Kraft braucht, als um in der nämlichen Zeit 2 ℔ auf 1′ oder 1 ℔ auf 2′ Höhe zu heben, und daß überhaupt die anzuwendende Kraft konstant seyn muß, wenn das Produkt des zu hebenden Gewichtes mit seiner Geschwindigkeit oder Höhe konstant bleibt. Die dynamischen Effekte zweier Kräfte stehen hiemit in direkter Proportion mit den Gewichten (Pressionen) und Höhen oder Geschwindigkeiten.

Es muß indessen bemerkt werden, daß sowohl bei den leblosen, als auch bei den lebenden Motoren der mechanische Effekt nicht immer gleich ist, wenn das Produkt der Pression, der Geschwindigkeit und der Zeitdauer gleich ist, sondern daß es gewisse Werthe für die Elemente gibt, welche besonders geeignet sind und das Maximum des mechanischen Effektes geben.

Diese Werthe hängen ganz von der Natur des Motors und der Art ab, wie derselbe angewendet wird, und sind für jeden Fall besonders durch zahlreiche Versuche zu bestimmen.

Nimmt man z. B. die Pression unendlich groß an, so müßte alsdann für eine und dieselbe Kraft die Geschwindigkeit unendlich klein seyn und alsdann ist der dynamische Effekt derselben = 0. Dasselbe hat ebenfalls statt, wenn die Geschwindigkeit unendlich groß und hiemit die Pression unendlich klein ist.

Man weiß ferner, daß es am passendsten ist, ein Pferd täglich 8 Stunden arbeiten zu lassen. Würde man diese Arbeitszeit bis auf 10 oder 12 Stunden verlängern, so würde es nicht hinreichend seyn, die Pression oder Geschwindigkeit so zu vermindern, daß das Produkt der drei Elemente das gleiche bliebe und nicht vermehrt würde; der Effekt würde alsdann dennoch geringer seyn, und das Pferd würde sich ausserdem dabei zu sehr ermüden, und seine Gesundheit gefährdet werden.

Die Menschen und Thiere haben indessen die Fähigkeit, auf eine kurze Zeit hin den mechanischen Effekt PV etwas zu vergrößern, was in vielen Fällen sehr vortheilhaft ist und aus

welcher Ursache dieselben oft den leblosen Motoren vorgezogen werden. Doch geschieht dies immer nur mit Aufopferung einer Portion des totalen dynamischen Effektes des Motors, indem alsdann die Arbeitsdauer bedeutend vermindert werden muß.

Gewöhnlich ist die vortheilhafteste Pression bei einem jeden Motor ungefähr $\frac{4}{9}$ derjenigen, welche er hervorbringen könnte, wenn keine Geschwindigkeit damit verbunden wäre. Es ist z. B. das Gewicht von 300 ℔ das Beträchtlichste, das ein Mann zu tragen im Stande ist; das Vortheilhafteste oder dasjenige, mit welchem er den größtmöglichen Effekt hervorbringen kann, wird hiemit $= \frac{4}{9} \times 300 = 133$ ℔ seyn.

Die zuträglichste Geschwindigkeit ist gewöhnlich ungefähr $\frac{1}{3}$ derjenigen, welche der Motor ohne Pression hervorbringen könnte. Da z. B. ein Mensch, wenn er keine Last trägt, etwa $4\frac{1}{2}'$ pr. Sekunde zurücklegen kann, so muß seine Geschwindigkeit bei einer Last von 133 ℔ $= 1\frac{1}{2}'$ pr. Sekunde seyn. Diese beiden Werthe correspondiren für diesen Fall mit dem Maximum des dynamischen Effektes.

Die vortheilhafteste Arbeitsdauer ist ungefähr die Hälfte oder das Drittel derjenigen, welche ein animirter Motor im Nothfalle aushalten könnte, oder etwa 6–9 Stunden täglich.

Um die verschiedenen Faktoren des dynamischen Effektes in Zahlen auszudrücken, kann man sich natürlicher Weise beliebiger Einheiten, wie z. B. des Pfundes, des Fußes und der Sekunde bedienen. Um aber wo möglich große Zahlen in dem Ausdrucke des dynamischen Effektes zu vermeiden, werden

wir vorzugsweise das Kilogramm zur Gewichtseinheit, den Meter zur Geschwindigkeitseinheit und die Sekunde zur Zeiteinheit annehmen.

Das Produkt, welches aus diesen Einheiten gebildet wird und die Einheit des dynamischen Effektes ausmacht, heißen wir nach Hrn. Navier Kilogrammmeter und bezeichnen es mit Km.

So z. B. heißt ein Effekt von 20 Km. pr. Sekunde ein solcher, welcher ein Gewicht von 29 Kilogrammen 1 Meter hoch in einer Sekunde höbe. Dieser Effekt kann, wie wir schon gesehen haben, auch durch irgend ein anderes Gewicht, z. B. durch ein Gewicht von 16 Kilogrammen ausgedrückt werden. Um aber den Effekt von 20 Km. beizubehalten, muß alsdann eine Geschwindigkeit von $\frac{20}{16} = 1{,}25$ Meter damit verbunden seyn.

Der dynamische Effekt einer Kraft wird ferner oft durch olgende Einheiten ausgedrückt:

Montgolfier, Hachette, Clement ꝛc. nehmen für Einheit die Dynamie an, welche ein Cubikmeter Wasser oder 1000 Kilogramm 1 Meter hoch hebt und also = 1000 Km. ist.

Hr. Bénoit gibt dem Effekte, den wir durch Kilogrammmeter ausdrücken, den Namen Metroliter.

D' Evans nennt den Effekt von 1 Cub.foot Wasser, welcher auf die Höhe von 1 Foot erhoben wird, Cuboch. Derselbe ist = 8,65 Km.

Zur Aestimation der verschiedenen Motoren bedient man sich endlich noch am häufigsten einer andern Einheit, nämlich

der Pferdekraft (cheval-vapeur, horse-power). Die Anwendung dieser Einheit ist deßhalb nicht sehr vortheilhaft und empfehlenswerth, weil der Werth derselben sehr unbestimmt ist und wirklich sehr verschieden angenommen wird.

Nach Desaguillier läuft ein Pferd $2\frac{1}{2}$ Meilen in einer Stunde gegen einen Widerstand von 200 Pounds, wenn es 8 Stunden im Tage arbeitet. Es hebt also in einer Minute 44,000 Pounds 1 Foot hoch, welche Arbeit einem Effekte von 102 Km. pr. Sekunde gleich kommt.

Dasselbe nimmt Emerson an.

Watt und Evans hingegen nur 33,000 Pounds 1 Foot hoch pr. Minute *) = 78 Km. pr. Sekunde.

Smeaton sogar nur 22,916 Pounds = 53 Km. pr. Sekunde.

Hr. Poncelet versteht unter Pferdekraft einen Effekt von 75 Km. pr. Sekunde, oder 4500 Km. pr. Minute und da diese Einheit ungefähr das Mittel ist von allen andern, so ist dieser Werth hier überall zu verstehen, wo nichts besonders darunter angedeutet ist.

Der auf diese Weise bestimmte Ausdruck des Produktes PV ist sehr vortheilhaft, um den dynamischen Effekt irgend einer Kraft ziemlich genau durch Berechnung anzugeben. (Siehe Berechnung des Effekts bei Wasserrädern und Dampfmaschinen im 2ten Bändchen.) Ist derselbe bekannt, wie auch derjenige, welchen die Betreibung einer Maschine oder irgend einer

*) = 550 Pounds 1 Foot hoch pr. Sekunde = 28,500 ℔ 1 Fuß hoch pr. Minute oder 475 ℔ 1 Fuß hoch pr. Sekunde franz. Maaß.

Operation in einer gewissen Zeit erheischt (was nur durch Versuche ausgemittelt werden kann), so kann man mit größter Leichtigkeit die Menge Arbeit finden, welche in einer gewissen Zeit mit einer gegebenen Kraft hervorgebracht werden kann. Auf ähnliche Weise läßt sich die Intensität der Kraft, die Stärke einer Dampfmaschine, eines Wasserfalles ꝛc. berechnen, welcher eine gegebene Arbeit hervorbringen soll.

Immerhin muß wegen der vielen Hindernisse, die bei jeder Bewegung Statt finden, ein bedeutender Abzug in dem Werthe des hervorgebrachten Effekts gemacht werden. Der dynamische Effekt eines Motors muß also immer in zwei Portionen zertheilt werden, in diejenige, welche durch die verschiedenen Hindernisse absorbirt wird und durchaus keinen Nutzen gewährt, und in diejenige, welche gänzlich zum verlangten Zwecke angewendet werden kann und aus diesem Grunde auch nützlicher Effekt genannt wird.

Da der letztere in der That den eigentlichen Nutzen, den man aus einem Motor zieht, bestimmt, so muß bei der Construktion einer jeden Maschine hauptsächlich darauf gesehen werden, das Maximum desselben wo möglichst zu erhalten, und man muß daher die verschiedenen Hindernisse der Bewegung, wie die Reibung, die Steifigkeit der Seile, den Widerstand der Luft, die Zersetzung der Kräfte ꝛc. zu vermindern suchen. Das beste Mittel, um zu diesem Zwecke zu gelangen, ist Einfachheit des Mechanismus und Vermeidung aller Arten Stöße, so wie jeder plötzlichen Abänderung der Bewegung.

Folgende Angaben sind durch zahlreiche Versuche erhalten worden:

		einen dyn. Effekt von	
Um 1 Hektol. (75 Kil.) Getreide in gewöhnlichen Mühlen zu mahlen braucht es	auf der Achse des Mühlsteins	419	Dyn.
	id. des Wasserrades .	611	—
Um 1 Hekt. Getreide ziemlich grob in einer Windmühle zu mahlen	auf der Achse der Windflügel	300	—
Um 1 Hekt. in englischen Mahlgängen und mit Dampf zu mahlen	auf der Achse des Schwungrades	808	—
Um 1 Hekt. Getreide zu dreschen		40	—
Um 1 Kil. Oel in einem Pochwerke zu pressen	auf dem ersten Wendelbaum	146	—
id. in einem Walzwerke	id.	30	—
Um 1 □Meter Tannenholz zu sägen	id.	60	—
Um 1 □Meter nasses Eichenholz von Hand zu sägen	auf der Säge	43	—
id. trockenes Eichenholz . .	id.	63	—
id. Ulmenholz	id.	71	—
id. Marmor	id.	295	—
Um 100 Kil. Lohe zu zerstoßen	auf dem Wellbaum . .	400	—
Um 1 Kil. Baumwolle zu spinnen von No. 40 mit Mulejennys	id.	200	—
id. mit Drostlestühlen .	id.	410	—

		einen dyn. Effekt von
Um 1 Kil. Wolle zu öffnen und zu kardiren	Auf dem Wellbaum . .	350 Dyn.
Um 1 Kil. Wolle zu spinnen	. . . .	20 —
Um 100 Kil. Eisen bis auf 3 CMet. Seite zu laminiren	. . . .	0,446 —
Um eine Kugel von 8 Kil. Gewicht mit einer Geschwindigkeit von 417 Meter pr. Sekunde zu werfen	. . . .	53 —

Ferner braucht es 1 Pferdekraft um:

600 Spindeln watertwist
oder 700 Spindeln Mulegarn
oder 300 Spindeln für Garn von No. 30
nebst ihren Zubereitungsmaschinen in Bewegung zu setzen
oder 12 Webstühle nebst Zubereitungsmaschinen.

Ein Assortiment von 60 Webstühlen, 5 Schlichtmaschinen und 1 Zettelmaschine erfordert daher die Kraft von 5 Pferden.

Folgende Tabelle von Belidor, welche von Hrn. Poncelet etwas verbessert worden ist, gibt den dynamischen Effekt belebter Motoren von gewöhnlicher Stärke an. Die Pressionen und Geschwindigkeiten, welche hier angezeigt sind, scheinen die vortheilhaftesten zu seyn, welche man anwenden kann. Indessen kann man dieselben um etwas weniges verändern, ohne deßhalb einen merklichen Unterschied in dem dynamischen Effekte befürchten zu müssen.

	Mittl. Pression.	Mittl. Geschw. pr. Sek.	Effekt pr. Sek.	Dauer der Arbeit in 1 Tag.	Effekt in 1 Tag.
	Kil.	Meter	Km.	St.	Km.
1) Ein Mensch, welcher eine Leiter hinaufsteigt, und keine andere Last trägt, als das Gewicht seines Körpers . . .	65	0,15	9,75	8	280800
2) Ein Handlanger, welcher Gewichte mit der Hand hebt	20	0,17	8,40	6	73440
3) Ein Handlanger, welcher Gewichte mit einem Seil hinaufzieht und das Seil leer heruntergehen läßt . . .	18	0,20	3,60	6	77760
4) Ein Arbeiter, welcher eine Last auf seinem Rücken eine Leiter hinaufträgt und leer zurückkehrt	65	0,04	2,60	6	56160
5) Ein Handlanger, welcher Steine in einem Stoßkarren auf einer Fläche transport., welche 1/12 Steigung hat und der leer zurückgeht	60	0,02	1,20	10	43200
6) Ein Arbeiter, welcher Erde mit einer Schaufel auf die Höhe von 1,60 Meter (5′) wirft . .	2,7	0,40	1,08	10	38880

	Mittl. Pression.	Mittl. Geschw. pr Sek.	Effekt pr. Sek.	Dauer der Arbeit in 1 Tag.	Effekt in 1 Tag.
	Kil.	Meter	Km.	St.	Km.
7) Ein Arbeiter, welcher auf ein Tretrad von außen wirkt					
1° Im Niveau mit der Achse des Rades . .	60	0,15	9	8	259200
2° Unter demselben unter einem Winkel von 25°	12	0,70	8,4	8	251120
8) Ein Arbeiter, welcher an einer Kurbel treibt	8	0,75	6	8	172800
9) Ein Pferd, welches einen Wagen im Schritte führt	70	0,90	63	10	2168000
10) Ein Pferd, welches einen Göpel bewegt und im Schritte geht . .	45	0,9	40,5	8	1166400
11) id. wenn es im Trotte geht	30	2,0	60	4,5	972400
12) Ein Ochse, welcher einen Göpel im Schreiten bewegt	65	0,61	39	8	1123200
13) Ein Maulesel id. .	30	0,90	27	8	777600
14) Ein Esel id. . . .	14	0,80	11,6	8	334080
15) Ein Pferd, welches Lasten auf einem kleinen Karren transportirt u. leer zurückgeht . . .	700	0,60	420	10	15120000
16) Ein Pferd, welches die Last auf seinem Rücken trägt und im Schritte geht . . .	120	1,1	132	10	4752000
im Trabe	80	2,2	176	7	4435000

Anmerk. Drei Arbeiter können von Hand 3½ □' Eichenholz sägen und ein Sägeblatt führen mit einer Geschwindigkeit von 50 Zügen per Minute. Die Zugslinie beträgt 8 Dezimeter, und der Druck, welchen sie zusammen ausüben, 39 Kilogr. Daher der dynamische Effekt derselben bei dieser Arbeit = 13 × 50 × 0m,8 = 520 Km. per Min. ist. Eine gewöhnliche Sägemühle, welche durch Wasser (oder Wind) getrieben wird, liefert nach Belidor ungefähr 3mal soviel als eine Handsäge, oder soviel als 9 Arbeiter, daher der erforderliche Effekt = 9 × 520 = 4680 Km. per Min. ist. Ferner braucht es zur Fortbewegung des Wagens einen Effekt von 420 Km., daher zusammen 5100 Km. und da überdies noch die Hälfte dieses Effektes zu Ueberwindung der Reibung, welche zwischen den beweglichen Theilen Statt hat, gerechnet werden kann, so ist der Totaleffekt, welcher nöthig ist, um eine solche Sägemühle im Gange zu erhalten:

$= \frac{3}{2} \times 5100 = 7650$ Km. per Min. = 1,7 Pferdekräfte

Belidor gibt denselben jedoch auf 10,520 Km. = 2⅓ Pferdekräfte an.

Bei neuern und besser eingerichteten Sägemühlen ist hingegen die Fläche, welche mit diesem Effekte gesägt werden kann, weit größer, wie aus den Resultaten pag. 79 ersehen werden kann.

Obige Angaben geben den nutzbaren Effekt eines Pferdes auf gewöhnlichen Wegen an, für sehr gute Wege würde derselbe beträchtlicher, für schlechte Wege hingegen weit geringer seyn.

Ist der Weg horizontal, fest und eben, so ist die erforderliche Ziehkraft der Pferde, welche im Schritte gehen, $\frac{1}{20}$ — $\frac{1}{30}$ der Totallast, $\frac{1}{14}$ für einen Wagen, der im Trotte auf einer gepflasterten Straße geht, und $\frac{1}{8}$ auf einem sandigen Wege oder auf neu gelegten Kieselsteinen. Auf Eisenwegen ist dieselbe nur $\frac{1}{80}$ — $\frac{1}{100}$ der Totallast. Der Widerstand hängt

übrigens noch von den Dimensionen und der Beschaffenheit der Wagenräder, von der mehr oder minder regelmäßigen Vertheilung der Last auf dem Wagen und von noch andern Umständen ab.

Messung des Nutzeffektes vermittelst des Dynamometers von Prony.

Mit diesem einfachen Apparate kann nicht nur mit hinreichender Genauigkeit der Nutzeffekt eines Wasserrades, einer Dampfmaschine 2c. gemessen und dadurch eine Vergleichung dieses Nutzeffektes mit dem theoretischen Effekte dieser Motoren angestellt werden, sondern er dient ebenso gut, um den Nutzeffekt kennen zu lernen, welcher erfordert wird, um gewisse Maschinen in Gang zu bringen, gewisse Arbeiten zu verrichten oder welcher durch die Transmission der Bewegung, durch die verschiedenen Reibungen und andere Widerstände absorbirt wird.

Derselbe ruht auf dem Prinzipe, die zu messende Kraft einer arbeitenden Welle durch Reibung zu absorbiren, und das Moment der letztern zu bestimmen.

Er besteht daher bloß aus zwei halbkreisförmig ausgeschnittenen Sätteln, welche einen gut abgedrehten Theil der Achse eines Triebwerkes umfaßt, und wovon die eine einen Hebelarm trägt, an dessen Ende eine Wagschaale zur Aufnahme von Gewichten angebracht ist.

Werden die zwei Sättel vermittelst Schraubenbolzen fest an diese Achse angedrückt, und ist der Hebel mit keinem Gewichte beschwert, so wird die Achse mit ihrer gewöhnlichen Geschwindigkeit den Hebel im Kreise herumführen.

Wird aber der Hebel mit einem Gewichte P beschwert, welches gerade so groß ist, um, indem es in entgegengesetzter Richtung der Bewegung der Achse wirkt, den Hebel in einer horizontalen Lage zu erhalten, so daß die Achse in den Sätteln herumgleiten muß, so wird der Nutzeffekt, welchen diese Achse leistet, gemessen werden können. durch dieses Gewicht P, vervielfacht mit der Geschwindigkeit, welche dasselbe haben würde, wenn es der Bewegung der Achse folgen könnte. Ist daher m die Entfernung des Aufhängepunktes der Wagschaale von dem Mittelpunkte der Achse, und n die Anzahl von Umdrehungen, welche die Achse in diesem Falle per Minute macht, so ist der Nutzeffekt derselben $= 2 \times 3{,}1416 \times m \times n \times P$.

Beisp. Es sey der Hebelarm des Dynamometer $= 4^m$.

Die Welle, an welcher derselbe angebracht ist, laufe ganz leer, d. h. ohne irgend eine Maschine in Bewegung zu setzen, und mache 15 Umgänge per Minute, und das erforderliche Gewicht, um den Hebel bei dieser Geschwindigkeit in horizontaler Lage zu erhalten, = 150 Kil.

Es wird daher der Nutzeffekt dieser Achse =

$2 \times 3{,}5416 \times 4^m \times 15 \times 150$

= 56549 Km. per Minute

= 12½ Pferdekräfte seyn.

Indem man durch stärkeres oder schwächeres Andrücken der Sättel an die Achse das Gewicht vermehrt oder vermindert, welches erfordert wird, um den Hebel in horizontaler Lage zu erhalten, die Anzahl von Umdrehung der Achse jedesmal bemerkt und daraus den Nutzeffekt nach obiger Formel berechnet, wird man erfahren, welche Geschwindigkeit der Achse die vortheilhafteste und den größten Nutzeffekt darbietet.

Durch stärkeres Andrücken der Sättel, als in obigem Versuche, wird z. B. das Gewicht von 150 Kilogr. durch ein stärkeres von 162 Kilogr. ersetzt werden müssen, indem ersteres der Bewegung der Achse folgen würde.

Die Achse mache alsdann nur 13 Rekolutionen per Min. Es wird daher der Nutzeffekt der Achse in diesem Falle

$$= 2 \times 3{,}1416 \times 4^{m} \times 13 \times 162$$
$$= 52930 \text{ Km.} = 11\tfrac{3}{4} \text{ Pferdekräfte}$$

seyn, und daher die erstere Geschwindigkeit von 15 Umgängen per Minute einen größeren Nutzeffekt der Triebkraft darbieten als letztere.

Es werde nun durch dieselbe Achse die Transmission, oder das große Triebwerk, welches zur Betreibung der verschiedenen Maschinen einer Fabrik nöthig ist, in Gang gebracht, jedoch ohne daß die Maschinen arbeiten.

Ist in diesem Falle das Gewicht P = 170 Kil. und macht die Achse bloß 11 Umdrehungen per Minute, so beträgt der Nutzeffekt, welchen die Achse noch außerdem besitzt

$$2 \times 3{,}1416 \times 4^{m} \times 11 \times 170 = 46'998 = 10{,}44 \text{ Pferdekräfte.}$$

Werden nun außerdem noch durch diese Transmission z. B. 100 Webstühle nebst ihren Zubereitungsmaschinen in Bewegung gesetzt, beträgt alsdann das Gewicht P 43 Kil. und macht die Achse noch 10 Umdrehungen per Min., so ist der Nutzeffekt, welcher noch zu fernerer Benutzung disponibel ist:

$= 2 \times 3{,}1415 \times 4 \times 10 \times 43 = 2{,}40$ Pferdekräfte.

Nehmen wir nun an, daß das Maximum des Nutzeffektes, welches der Motor liefern kann $= 12{,}60$ Pferdekräfte ist, so ist daher derjenige, welcher zur Bewegung des Triebwerkes erfordert wird $= 12{,}60 - 10{,}44 = 2{,}16$ Pferdekräfte, und derjenige, welcher zur Bewegung der Webstühle dient,

$= 10{,}44 - 2{,}40 = 8{,}04$ Pferdekräfte.

Nr. 10.

Von den mechanischen Potenzen.

Unter Mechanik versteht man überhaupt die Lehre von der Bewegung, und Maschinen sind Vorrichtungen, um zweckmäßige Bewegungen zu bewerkstelligen. Zu jeder Bewegung wird eine Kraft erfordert; was bewegt werden soll, heißt Last. Je größer diese ist, desto größer muß jene seyn, damit sie in Bewegung versetzt wird; die Kraft muß sogar immer etwas größer seyn: denn sind beide einander ganz gleich, so hat bloß Gleichgewicht statt. Die Statik ist derjenige Theil der Mechanik, der die Bedingungen untersucht, unter welchen Kraft und Last sich das Gleichgewicht halten.

Kraft und Last richten sich nicht bloß nach dem Gewicht, sondern auch nach der Geschwindigkeit. Ein Körper von 4 ℔, der 3′ weit in 1 Sek. gehen soll, ist eine eben so große Last, als ein anderer von 12 ℔, der nur 1′ in 1 Sek. durchlaufen soll. Und dasselbe gilt von der Kraft. Das wirkliche Verhältniß der Kraft oder der Last findet sich daher, wenn man die Gewichte mit den Geschwindigkeiten multiplizirt. Dieses Produkt heißt man in der reinen Mechanik das Moment.

Wenn der Körper a 8 ℔ wiegt und 5′ durchlauft, während b, der 10 ℔ wiegt, 6′ durchlauft, so verhalten sich die Momente von a und b wie 40 : 60.

Das Grundgesetz aller Mechanik heißt, daß Bewegung nur dann möglich ist, wenn das Moment der Kraft dasjenige der Last übertrifft. Es ist demnach, so oft auch wenig Unterrichtete Aehnliches versuchen, rein unmöglich, durch irgend eine Maschine wirklich an Kraft zu gewinnen, d. h. mit einer Kraft von einem gegebenen Moment eine Last von größerem Moment zu bewegen.

Oft aber denkt man sich unter der Kraft bloß das Gewicht ohne Rücksicht auf die Geschwindigkeit. In diesem Sinn ist man allerdings im Stande, mittelst einer kleinen Kraft eine weit schwerere Last zu bewegen, so wie man mittelst einer langsam wirkenden Kraft einer Last eine viel schnellere Bewegung geben kann. So ist es daher zu verstehen, wenn man sagt, daß durch eine gewisse Vorrichtung an Kraft oder an Geschwindigkeit gewonnen wird. Der Gewinn an Kraft setzt dann immer eine Einbuße an Geschwindigkeit — so wie der Gewinn an dieser eine Einbuße an Kraft voraus. So kann man also z. B. mit 10 ℔ eine Last von 100 ℔ bewegen, wenn diese 10mal weniger Weg durchlaufen darf.

Wirklich ist aber auch dieser Vortheil in unzähligen Fällen sehr groß; und obschon alle Maschinen nur diesen verschaffen, so leisten sie doch dadurch schon überaus nützliche Dienste. Es

ist daher sehr wichtig, zu berechnen, wie viel in obigem Sinne unter gegebenen Verhältnissen durch eine Maschine an Kraft oder Geschwindigkeit gewonnen wird.

Da sich nun alle Maschinen als mannichfaltige Verbindungen mehrerer einfachen Maschinen betrachten lassen, so muß man hauptsächlich berechnen lernen, was jede dieser letztern zu leisten vermag.

Diese einfachen Elementarmaschinen heißt man gewöhnlich mechanische Potenzen, und ihre Zahl kann auf 6 reducirt werden: der Hebel; das Rad an der Welle; die Rolle; die schiefe Fläche; der Keil; und die Schraube.

Was jede dieser Potenzen zu leisten vermag, läßt sich mit mathematischer Genauigkeit bestimmen, wenn man von allen zufälligen Hindernissen abstrahirt, und unter dieser Voraussetzung müssen auch vorerst die allgemeinen Regeln aufgestellt werden. Es ist indessen ja nicht zu übersehen, daß verschiedene solcher Hindernisse, die zugleich überwunden werden müssen, stets und unvermeidlich vorhanden und in Ansch'‧g zu bringen sind; und daraus erhellt um so mehr, wie thöricht die Hoffnung Mancher ist, durch irgend eine Maschine eine immer fortgehende Bewegung oder ein sogenanntes Perpetuum mobile erzielen zu können, geschweige denn damit wohl gar einen Nutzeffekt oder fortdauernd die Ueberwindung einer Last zu erhalten. Jeder Mechaniker hüte sich also, auf diese Grille Zeit und Geld zu verwenden, da die Aufgabe zu den rein unmöglichen gehört, und thörichter noch ist, als das Bestreben der Alchymisten, Gold zu machen.

Die Wirkungen der einfachen Potenzen berechnen sich aus folgenden Regeln:

Vom Hebel.

Der Hebel ist eine unbiegsame um einen Punkt bewegliche Stange, auf welche zwei Kräfte wirken. Bringt man das Gewicht der Hebelstange nicht in Anschlag, so sind beide Kräfte, oder Kraft und Last, im Gleichgewicht, wenn die Produkte der Kräfte (oder Gewichte) in ihre Entfernungen vom Stütz- oder Drehpunkte für einander gleich sind:

Beisp. (Fig. 12.) Ist an dem kürzern Ende a eine Last von 20 ℔ 1′ vom Drehpunkte c entfernt, und an dem längern b eine Kraft von 4 ℔ in einer Entfernung von 5′, so sind beide im Gleichgewicht, denn $20 \times 1 = 4 \times 5$, d. h. die Momente sind sich gleich.

Ist die Kraft etwas größer, so wird die Last wirklich bewegt.

Anmerk. 1. Diese Regel ist richtig, wenn der Stützpunkt zwischen Kraft und Last liegt, oder wenn er am Ende des Hebels liegt. (S. Fig. 13 und 14; in Fig. 13 ist b c, in Fig. 14 a c der längere Arm.)

2. Sie ist ebenfalls wahr, wenn der Hebel eine krumme Stange ist; nur muß man dann von den Punkten, auf welche die Kraft wirkt, gerade Linien nach dem Stützpunkte ziehen, und diese als Entfernung ansehen. (Fig. 15.)

3. Eben so gilt sie auch für Winkelhebel; nur muß man eine senkrechte Linie von dem Drehpunkte auf die Richtungslinie der Kräfte ziehen, und jene senkrechte Linie als wirkliche Entfernung betrachten. (Fig. 16.)

4. Sind beide Arme gleich lang, so kann weder an Kraft noch an Geschwindigkeit gewonnen werden; der Hebel verändert nur die Richtung der Bewegung in eine entgegengesetzte, und dient (wie bei der gemeinen Waage), um die Gleichheit von Kraft und Last oder von 2 Gewichten zu erkennen.

5. Ist der Arm der Kraft länger, so wird an Kraft gewonnen; und zwar kann die Last um so vielmal größer seyn, als jener Arm länger ist als der kürzere.

Beisp. Drückt ein Mann bei k (Fig. 17.) mit (etwas mehr als) 50 ℔, und ist hk 9mal länger als lh, so kann er eine bei l liegende Last von 9 × 50 oder 450 ℔ bewegen. (Die Last macht indessen auch einen 9mal kleinern Weg, als die Kraft machen muß.)

Anmerk. 6. Alles Obige ist jedoch nur genau wahr, wenn der Hebel als gewichtlos gedacht wird. Wiegt die Stange selbst z. B. 10 Pf., und liegt der Schwerpunkt in der Mitte, so kommt diese Schwere der Kraft selbst zu Hülfe; sie wirkt, als wenn eine zweite Kraft von 10 Pf. bei c niederdrückte; hc aber ist in diesem Falle = 4 lh. Diese zweite Kraft vermag also noch 4 × 10 = 40 Pf. zu heben. Die Last kann demnach 450 + 40 oder 490 Pf. betragen.

7. Wirkte die Kraft am 9mal kürzern Arme, so müßte diese 9mal größer seyn, als die Last; diese würde aber eine 9mal schnellere Bewegung erhalten. Doch auch dies nur unter Voraussetzung, daß die Stange nichts wöge. Das Gewicht der Stange macht, daß die Kraft größer seyn muß. Nach dem vorigen Beispiele müßte die Kraft nicht 460, sondern 490 seyn, um 50 Pf. 8mal schneller zu bewegen, weil 40 Pf. erfordert werden, um das in der Mitte gleichsam vereinigte Gewicht der Stange von 10 zugleich zu bewegen, das eine 4fache Schnelligkeit erlangen muß.

8. Ebenso berechnen sich zusammengesetzte Hebel (Fig. 18.) Ist der Hebelarm fd 6mal länger als fc; und ac = 5 cb, so kann die Walze e, die gehoben werden soll, 30mal schwerer seyn als das Gewicht an a.

9. Ruht eine Stange (Fig. 19.) auf den zwei Unterlagen p und q, so hat jede die Hälfte ihres Gewichtes zu tragen, und eben so die Hälfte einer in der Mitte aufgehängten Last. Hängt diese aber nicht in der Mitte, sondern bei x, so vertheilt sich die Last im Verhältniß von qx zu px; und zwar hat p den größern, q den kleinern Theil zu tragen.

Beisp. Es sey x = 144 ℔ und px = 2′; qx = 7′, so hat p $\frac{7}{9}$ und q $\frac{2}{9}$ der Last zu tragen; oder p 112 ℔ und q 32 ℔. Gleiches gilt von Balken u. a., und eben so berechnet man die Vertheilung der Last eines Wagens auf die Achsen der Räder u. s. w.

Aufg. Mit einem 10′ langen Hebel und einer Kraft von 50 ℔ will man 350 ℔ heben, wo muß die Unterlage angebracht werden?

Antw. Da die Last 7mal größer ist als die Kraft, so muß der längere Arm $\frac{7}{8}$ und der kürzere $\frac{1}{8}$ betragen; die Unterlage muß also, wenn sie zwischen Kraft und Last kommen soll, $1\frac{1}{4}$′ von der Last entfernt werden, wenn das Gewicht des Hebels selbst nicht in Anschlag kommt.

Vom Rad an der Welle.

Für das Rad an der Welle (Fig. 20.) gilt die Regel des zweiarmigen Hebels. Wie sich der Halbmesser der Welle b zum Halbmesser des Rades a verhält, so verhält sich die Kraft k zur Last l. Ist die Kraft etwas größer, so wird die Last aufgewunden; sie muß indessen merklich größer seyn, um die Reibung, wovon namentlich die der Zapfen in ihrem Lager bedeutend ist, zu überwinden. (S. No. 7.)

Was von einem eigentlichen Rade gilt, gilt auch von allen Hspeln, Winden ꝛc.

Wird die Last an einem Seile aufgewunden, so absorbirt, da das Seil sich fortwährend um die Rolle herumbiegen muß, die Steifheit desselben einen Theil der Kraft; ferner ist noch das Gewicht des Seiles zu überwinden. Dieses wird aber immer kleiner, je höher man die Last hebt. Am Anfange muß also die Kraft bei gleicher Umfangsgeschwindigkeit am größten seyn, am Ende der Bewegung am kleinsten.

Um fortwährend mit der nämlichen Kraft arbeiten zu können, braucht man nur die Geschwindigkeit der Last und hiemit den Diameter

der Welle desto mehr und mehr zu vermindern, je größer die Last wird. Dem Anfange der Bewegung soll daher der kleinste Diameter, dem Ende derselben der größte Diameter der Welle correspondiren. Nennt man R den Diameter des Rades
Q das Gewicht der Last
p das Totalgewicht des Seiles
P die Kraft
so ist der kleinste Diameter der Welle oder

$$r = \frac{PR}{p+Q}$$

und der größte Diameter oder $r' = \frac{PR}{Q}$.

Aus diesen beiden Diametern bildet man die abgestumpfte Kegelfläche der Welle. Es muß indessen bemerkt werden, daß, indem sich das Seil auf der Welle aufwindet, der Diameter der Welle um eine Seildicke größer wird. Es muß also diese Seildicke von den gefundenen Diametern der ganzen Länge der Welle hindurch abgezählt werden.

Windet sich das Seil in mehreren Lagen auf, so wächst auch der Diameter um mehrere Seildicken und die Geschwindigkeit der Last wächst in diesem Falle, je mehr sich das Seil aufwickelt, und in eben dem Maaße muß sich daher auch die Kraft vermehren.

Immerhin bewegt sich die Last genau um so langsamer, als der Durchmesser der Welle nebst der Seildicke kleiner ist als der des Rades.

Beisp. Wie viel Kraft wird erfordert, um eine Last von 1200 ℔ in 6 Minuten 90′ hoch zu heben, wenn die Kraft an dem Rade des Haspels, der 11½′ Diameter hat, 5 Umgänge in 1 Minute machen kann?

Das Haspelrad von 11½′ Diameter hat ungefähr 36′ Circ. 5 Umgänge an demselben geben eine Umfangsgeschwindigkeit von

$36 \times 5 = 180'$ in 1 Minute
und $= 1080'$ in 6 Minuten.

Nehmen wir die Reibung und die Steifigkeit des Seiles zu $\frac{1}{3}$ der Last an, so ist letztere $= 1200 \times \frac{4}{3} = 1600$ ℔.

Da ihre Geschwindigkeit in 6 Minuten $= 90'$ seyn muß, so verhält sie sich zu derjenigen der Kraft wie $90 : 1080 = 1 : 12$; folglich muß die Kraft $= \frac{1600}{12} = 134$ ℔ ungefähr seyn.

Für den größern Diameter der Welle hat man:

$$r' = \frac{PR}{Q} = \frac{134 \times 11\frac{1}{2}}{1600} = 11\frac{1}{2}''.$$

Für den kleinern hat man:

$$r = \frac{PR}{Q+p}.$$

Für eine Last von 1200 ℔ oder für eine absolute Kraft von $2 \times 1200 = 2400$ ℔ braucht es ein Seil von $11'''$ Diameter, wovon $10' = 3$ ℔ wiegen, folglich $90' = 270$ ℔ $= p$.

Es ist also:

$$r = \frac{134 \times 11\frac{1}{2}}{1600 + 270} = 9''\ 11'''.$$

Von der Rolle.

Es gibt zweierlei Rollen, feste und unbewegliche.

Durch feste (Fig. 21.) gewinnt man nichts an Kraft; auch steigt offenbar die Last p um eben so viel als k hinuntergeht. Es muß sogar die Kraft bedeutend größer seyn, weil

die Steifheit des Seiles, das beständig gebogen werden muß, und die Achsenreibung noch einen beträchtlichen Widerstand erzeugen. Ihr Nutzen beschränkt sich also darauf, daß sie die Richtung, in welcher eine Kraft wirkt, verändern. Dieser Vortheil ist indessen oft sehr wesentlich, und ihr Gebrauch (als Leitscheibe) daher sehr häufig.

Durch eine bewegliche Rolle gewinnt man hingegen immer die Hälfte an Kraft. (Fig. 22.)

Gewöhnlich werden bewegliche mit festen verbunden; und zwar mehrere. Bei den Flaschenzügen, wie die gebräuchlichsten dieser Verbindungen heißen, gewinnt man (theoretisch) an Kraft so viel als tragende Seilstücke sind, oder doppelt so viel, als bewegliche Rollen sind. Oder steigt die Last um 1′, während das Zugseil um 7 oder 8′ hinunter zieht, so kann die Last 7 oder 8mal größer seyn, als die Kraft.

In der Praxis muß indessen wohl um $\frac{1}{3}$ weniger gerechnet werden, weil die Reibung und der Widerstand der Seile stark entgegen wirken, und die Seile oft nicht ganz parallel laufen. Flaschenzüge sind jedoch, weil sie einen kleinen Raum einnehmen und sich sehr leicht anbringen lassen, von großem Nutzen.

Von der schiefen Fläche.

Zieht man eine Last längs einer senkrechten Fläche in die Höhe, so muß die Kraft der Last gleich seyn.

Zieht man sie hingegen auf einer ganz **horizontalen** Fläche, so trägt diese das ganze Gewicht der Last, und es wird nur in so weit Kraft erfordert, als mehr oder weniger Reibung zugleich zu überwinden ist. Die Kraft richtet sich daher auf solchen Flächen bloß nach der Reibung; wird diese so viel als möglich vermindert, wie dies bei gut geschmierten Rädern der Fall ist, die auf glatten Eisenbahnen laufen, so kann eine sehr große Last mit einer sehr geringen Kraft vorwärts gezogen werden.

Ist die Fläche nun weder senkrecht noch wagerecht, sondern **schief**, so trägt dieselbe nur einen **Theil** der Last, und einen um so größeren, je mehr sie sich der horizontalen nähert, d. h. je größer das Verhältniß der Länge zur Höhe ist (Fig. 23).

Die **Regel** ist also die: Die Kraft a verhält sich zur Last b, wie die Höhe x zur Länge y.

Anmerk. 1. Die Regel ist indessen nur genau, wenn die Kraft a parallel mit der schiefen Fläche y zieht; wirkte sie parallel mit der horizontalen z, so verhielte sich die Kraft wie x : z.

2. Die Regel gibt, streng genommen, nur die Kraft, um den Körper b im Gleichgewichte zu halten, oder das Herabgleiten zu hindern; um sie aufwärts zu bewegen, muß sie etwas größer seyn.

3. Hauptsächlich ist aber zu beachten, daß bei dieser Regel von aller Reibung abstrahirt ist. In der Praxis, wo die Reibung nie ganz wegfällt, wird eine größere Kraft erfordert, um die Last hinaufzuziehen, und eine geringere, um sie vor dem Fallen zu hindern, als sie die Regel ergibt.

4. Je bedeutender die Reibung ist, desto größer ist der Unterschied. Die Reibung allein kann daher oft das Hinabgleiten verhindern, oder zum Herabführen sogar noch einige Kraft erfordert werden.

Beisp. Eine Last von 600 ℔ könnte also auf einer schiefen

Fläche, die auf 12′ Länge nur um 1′ steigt, mit 50 ℔ gezogen werden, wenn keine Reibung vorhanden wäre. Beträgt diese aber $\frac{1}{4}$ oder 75 ℔, so erfordert es eine Kraft von 75 + 50 = 125 ℔ zum Hinaufziehen und 75 — 50 = 25 ℔ zum Herunterziehen. Würde die Reibung hingegen bloß $\frac{1}{15}$ = 40 ℔ betragen, so würde die Last von selbst heruntergleiten und zwar mit einer Kraft von 50—40 = 10 ℔.

Vom Keil.

Der Keil (Fig. 24.) wird nur selten als eigentliche Maschine angewandt, wiewohl manche Werkzeuge im Grunde als Keile zu betrachten sind, wie z. B. Messer, Beile, Nägel u. a. Es wird hier also nur bemerkt, daß der Keil aus zwei schiefen Flächen besteht, und daß gegen beide der Widerstand als Last drückt, während die Kraft gegen denselben senkrecht wirkt.

Je länger der Keil im Verhältnisse der Dicke ist, desto mehr muß also an Kraft gewonnen werden; und in der That, wird derselbe um die ganze Länge cd in einen Klotz hineingetrieben, so entfernen sich ii nur um die Dicke ab. Wie hiemit ab : cd sich verhält, so muß sich (im Allgemeinen) die Kraft zur Wirkung verhalten.

Von der Schraube.

Wickelt man eine Schnur spiralförmig um einen Cylinder so erhält man Schraubengänge; ein Schraubengang kann auch als eine um einen Cylinder gelegte schiefe Fläche angesehen werden.

Jede **Schraube** bewegt sich in analogen hohlen Gängen, oder einer **Mutter**; und man dreht entweder die Schraube selbst oder die Mutter. In beiden Fällen wird bei jeder einmaligen Umdrehung der Widerstand oder die Last um so viel verrückt (gehoben oder zusammengepreßt), als ein Schraubengang von dem andern absteht, und daraus erhellt schon die **Regel**, daß man durch die Schraube so vielmal an Kraft gewinnt, als der Umfang größer ist, als die Höhe eines Schraubenganges ($2\pi r F = Q b$).

Anmerk. 1. Fast immer wird die Schraube (oder die Mutter) noch vermittelst eines **Hebels** gedreht; dadurch wird also der Umkreis der Kraft noch viel größer und hiemit noch weit mehr gewonnen.

Anmerk. 2. Unter dem Umfange, der hier in Rechnung kommt, versteht man den des mittlern Kreises, oder desjenigen, der durch die Mitte des Vorsprunges des Schraubenganges gezogen wird.

Beisp. Ist der Umfang der Schraube = 7″ und die Höhe 1″, so wird die Pression um das Siebenfache verstärkt; ist die Schraube aber mit einem Hebel versehen, so daß die Kraft in einem Abstande von 12″ von der Axenlinie der Schraube wirkt, so macht sie bei jeder Umdrehung einen Weg von $3\frac{1}{7} \times 12''$ oder von $37\frac{5}{7}$. Ihre Wirkung würde daher 37mal größer seyn.

Anmerk. 3. Die Schrauben sind nicht nur in Hinsicht des Materials und der Gestalt der Gänge verschieden (so gibt es Schrauben aus Holz und Metall, und Schrauben mit scharfen, runden und flachen Gewinden), sondern man verfertigt auch, um die Last besser zu vertheilen, **mehrgängige** Schrauben. Hat eine solche drei Gänge (fils), die parallel laufen, so sind bei der Berechnung drei nur für eine zu zählen. Wirklich steigt auch bei jeder Drehung die Schraube um einen dreifachen Abstand, und also weit mehr als bei einfachen. Daher treibt denn auch die senkrecht

wirkende Last solcher viel steiler gewundenen Schrauben weit leichter wieder zurück.

Anmerk. 4. In der Praxis muß mehr als bei irgend einer andern Potenz abgerechnet werden, weil bei keiner die Reibung so groß ist. Daraus entspringt jedoch oft der Vortheil, daß die Last nicht leicht die Schraube wieder rückwärts treibt, wenn auch die Kraft zu wirken aufhört.

Hr. Poncelet gibt folgende Proportionen an, welche bei Schrauben mit rektangulären Gängen mit Vortheil angewendet werden können.

Damit die Schraube eine hinreichende Festigkeit habe, um der Torsion zu widerstehen, macht er den innern Radius der Schraube 3mal größer, als die Breite des Vorsprunges des Schraubenganges, und macht letztere gleich der Höhe desselben oder der halben Höhe des Schraubenganges. Bezeichnet man also die Höhe eines ganzen Ganges durch h, so wird der äußere Radius $= \frac{4\,h}{2}$, der innere Radius $= \frac{3\,h}{2}$, folglich der mittlere Radius $\frac{(4+3)\,h}{2+2} = \frac{7}{4}\,h$ seyn.

Führt man diesen Werth in die Gleichung:

$$R = \frac{fQ\,(h^2 + 4\,\pi^2\,r^2)}{2\,\pi\,r - f\,h}$$

welche Hr. Poncelet für die Reibung angibt, die bei der Bewegung einer Schraube mit rektangulären Gängen Statt hat, und

wo f den Rapport der Reibung zur Pression Q bezeichnet, so erhält man folgenden Werth für die Reibung:

$$R = \frac{122 f \times Q.h.}{11 - f}$$

Ist die Schraube aus Eisen, die Mutter aus Messing, so hat man $f = 0{,}17$ und man erhält alsdann:

$$R = 1{,}92\ Q h.$$

Da mittelst der Schraube nur ein nützlicher Effekt von Q h hervorgebracht wird, so folgt hieraus, daß die Reibung beinahe doppelt so viel Kraft absorbirt, und daß also der Effekt der anzuwendenden Kraft wohl dreimal so groß seyn muß, als der Effekt der Last.

Die Reibung, so wie auch die Abnutzung der Schrauben würde man merklich vermindern, wenn man die Höhe der Mutter vergrößern und hingegen die Breite des Vorsprunges der Schraubengänge vermindern würde.

In dem oben angegebenen Beispiele würde also der Reibung wegen die angewandte Kraft nur eine $\frac{37}{3} = 12$mal größere Last haben können, obschon die Geschwindigkeit der letzteren nicht vermehrt würde, sondern immer 37mal kleiner als diejenige der Last bleiben würde.

Die angegebene Reibung setzt indessen den Fall voraus, wo beide Theile, die Schraubenspindel und die Schraubenmutter, frei sind; da aber immer der eine dieser Theile fix bleiben muß, so wird die Reibung noch mehr vergrößert. Im Falle,

wo die Mutter fix bleibt und die Spindel sich der Länge nach bewegt, kommt selbst die Reibung der Mutter gegen ihre Unterlage hinzu, welche sehr beträchtlich ist. Es ist also der Fall, wo die Spindel fix bleibt und die Mutter hin- und herbewegt wird, immer vortheilhafter.

Bei Schrauben mit dreieckigten Schraubengängen hat man den Werth, welchen die Reibung angibt, noch mit dem Rapporte der Seite d b (Fig. 25.) des Dreiecks, welches die Sektion des Schraubenganges bildet, zu der Höhe a d desselben oder mit $\frac{db}{ad}$ zu multipliziren. Da a d immer kleiner als db ist, so ist der Coefizient $\frac{bd}{ad}$ immer größer als 1 und folglich die Reibung bei Schrauben mit triangulären Gängen immer größer, als bei solchen mit rektangulären Gängen, und wächst mit dem Rapporte von db zu a d.

Gewöhnlich gibt man der Sektion des Schraubenganges bei Schrauben aus nicht gar hartem Holze die Form eines gleichschenkligen Rektangels. Bei Schrauben aus härterem Holze oder Eisen hingegen die Form eines gleichseitigen Dreieckes. Ist die Mutter aus Messing, so gibt man derselben eine dreimal größere Dicke als die Höhe dd^1 eines Schraubenganges beträgt. Der innere Radius der Schraube ist auch hier wieder gleich der dreifachen Breite des Vorsprunges des Schraubenganges.

Diese Proportionen sind indessen nur bei der Construktion von solchen Schrauben zu beobachten, mit welchen eine große Pression hervorgebracht werden soll. Bei solchen, welche nicht zu diesem Zwecke bestimmt sind, wird die Höhe der triangulären Sektion viel größer gemacht.

Nr. 11.

Auffindung des Schwerpunktes.

In jedem festen Körper befindet sich ein Punkt, dessen Unterstützung allein den ganzen Körper zu fallen hindert. Dieser Punkt heißt der Schwerpunkt oder der Mittelpunkt der Schwere (centre de gravité).

Ist derselbe unterstützt, so äussern alle übrigen Theile der Körper keine Schwere; alle Schwere scheint hiemit in jenem Punkte vereinigt zu seyn. Dem Mechaniker muß es demnach oft sehr wichtig seyn, zu wissen, wo der Schwerpunkt eines Körpers liegt.

Häufig trifft der Mittelpunkt der Größe nicht mit dem der Schwere zusammen. Bei einer überall gleich dicken Stange hat allerdings dies statt, und es liegt der Schwerpunkt in der Mitte. Wird das eine Ende aber etwas dünner gemacht, so bleibt der Mittelpunkt der Größen zwar derselbe, aber der Schwerpunkt wird bedeutend verrückt.

Der Schwerpunkt ist nämlich offenbar der Punkt, gegen den, als Stützpunkt betrachtet, alle gewichtigen Theile des Körpers nach den Gesetzen des Hebels im Gleichgewicht sind; ausser dem Gewicht kommt also nicht minder die Entfernung der Theile von jenem Punkt in Betracht.

Für einige symmetrische Körper ist dieser Punkt sehr leicht zu bestimmen. Bei der Kugel ist er im Centrum derselben; eben so bei einer kreisrunden oder ellyptischen, überall gleich dicken Platte. Bei einer parallelepipedalischen oder rhomboidalischen liegt er im Durchschneidungspunkte der Diagonalen; bei überall gleich dicken Stangen in der Mitte u. s. w.

Ist an dem einen Ende einer solchen Stange ein Gewicht befestigt, so läßt sich der Schwerpunkt also berechnen: Gesetzt, die Stange a (Fig. 26.) sey 12′ lang und 80 Pfund schwer, und das Gewicht b 100 Pf., so bedenke man, daß der Schwerpunkt der Stange allein in der Mitte c liegt, also 6′ vom Schwerpunkte des Gewichts. Man kann sich hiemit vorstellen, man habe eine 6′ lange Stange ohne Gewicht; an dem einen Ende c lasten 80, am andern b 100 Pf., und es frage sich, wo der Stützpunkt zwischen beiden seyn wird?

Dieser findet sich nun durch die Proportion:

Wie beide Gewichte zur ganzen Länge, so das kleinere Gewicht zur Entfernung des größern vom Stützpunkte, oder 180 : 6 wie 80 : $2\frac{2}{3}$.

Der gesuchte Schwerpunkt findet sich also $2\frac{2}{3}$′ vom Gewichte b und $3\frac{1}{3}$ von der Mitte der Stange entfernt.

Umgekehrt wird man die Schwere der Stange berechnen können, wenn unter ähnlichen Verhältnissen der Schwerpunkt bekannt ist.

Beisp. Die Stange a b (Fig. 26.) sey 10′ lang; das Gewicht b = 80 Pf. und der Schwerpunkt liegt 8′ von a entfernt, wie schwer wird die Stange seyn?

Antw. Der Schwerpunkt der Stange allein liegt in der Mitte, also 3′ vom gemeinschaftlichen Schwerpunkt c, hiermit wie 3 : 2 (b c), so 80 : ? oder $53\frac{1}{3}$ Pfund.

Folgende Regeln dienen ferner, um die Lage des Schwerpunktes in Flächen und Körpern zu bestimmen:

I. Den Schwerpunkt o eines **Dreiecks** a b c (Fig. 2.) findet man, wenn man zwei Seiten a c, b c desselben in zwei gleiche Theile theilt und durch die Theilungspunkte q p Linien nach den gegenüberstehenden Scheiteln a b zieht. Der Punkt o, wo sich diese zwei Linien begegnen, wird der Schwerpunkt des Dreiecks seyn. Da o p immer = $\frac{1}{3}$ a p und oq = $\frac{1}{3}$ b q, so genügt es auch von einem einzigen Scheitel gegen die Mitte der gegenüberstehenden Seite eine Linie zu ziehen, und den Punkt o so auf derselben zu nehmen, daß dessen Entfernung zur Basis genau die Hälfte der Entfernung zum Scheitel beträgt.

II. Den Schwerpunkt eines **Trapezes** findet man, wenn man dasselbe durch eine Diagonale in zwei Dreiecke vertheilt, den Schwerpunkt und den Inhalt eines jeden Dreiecks berechnet, und die Inhalte als Gewichte ansieht, welche in diesen Schwerpunkten angebracht sind.

Ist z. B. der Inhalt des Dreieckes a b c (Fig. 3.) = 10 □′, der des Dreieckes a b d = 12 □′, die senkrechte Entfernung des Schwerpunktes des erstern Dreieckes vor einer angenommenen Linie c p = 5′, die des letztern = 9′, so werden die Momente der beiden Dreiecke 5 × 10 und 9 × 12 und die Summe derselben

= 158′ seyn und theilt man diese durch die Summe der Inhalte oder durch den Inhalt des Trapezoides, welcher = 10 × 12 = 22 □′ ist, so erhält man die Entfernung seines Schwerpunktes von der Linie c p = $\frac{158}{22}$ = 7,18 Fuß.

III. Den Schwerpunkt eines **Trapezoides** findet man auf gleiche Weise; die Entfernung x von einer der parallelen Seiten des Trapezoides a b kann übrigens durch folgende Formel berechnet werden:

$$x = \tfrac{1}{3}\, m\, n \left(\frac{ab + 2\, cd}{ab + cd}\right)$$

Beisp. Es sey a b = 6″, c d = 10″ und m n = 8″, so ist x oder die Entfernung des Schwerpunktes von der Linie a b

$$= \tfrac{1}{3} \times 8'' \left(\frac{6 + 2 \times 10}{6 + 10}\right)$$

$$= 4\tfrac{1}{3}'$$

und dieselbe von der Linie c d an gerechnet

$$= \tfrac{1}{3} \times 8'' \left(\frac{10 + 2 \times 6}{10 + 6}\right)$$

$$= 3\tfrac{2}{3}'.$$

IV. Der Schwerpunkt einer **Parabel** befindet sich auf ihrer Achse und zwar auf ⅗ derselben von ihrem Scheitel an gerechnet.

V. Der Schwerpunkt eines **Kreissegmentes** (Fig. 5.) befindet sich auf dessen Achse und zwar auf eine Entfernung o m, vom Centrum des Kreises, welchem derselbe zugehört

$$= \tfrac{1}{12} \times \frac{(a\,c)^3}{\text{area}\ a\,b\,c}$$

Beisp. Der Inhalt des in pag. 31 angegebenen Kreissegmentes = 16,34 □′, die Sehne desselben 12′. Es wird daher die Entfernung

$$om = \frac{1}{12} \times \frac{12^3}{16,34}$$
$$= 8',81 \text{ seyn.}$$

VI. Schwerpunkt der Fläche eines Halbzirkels.

Die Entfernung derselben von ihrer Basis oder vom Centrum des Kreises findet man, wenn man den Radius derselben mit 0,4244 oder mit $\frac{14}{33}$ vervielfacht.

VII. Schwerpunkt einer Fläche, welche von einer krummen Linie begrenzt ist. (Fig. 7.)

Ist S der Inhalt derselben

a, b, c, d, e, f, g die verschiedenen Ordinaten, welche in einer Entfernung = m von einer abstehen, so ist die Entfernung des Schwerpunktes von der Linie a a'

$$= \tfrac{1}{3} m^2 \left(\frac{0 \times a + 1 \times 4\,b + 2 \times 2\,c + 3 \times 4\,d + 4 \times 4\,e + 5 \times 4\,f + 6 \times g}{S} \right)$$

$$= m \left(\frac{4\,b + 4\,c + 12\,d + 8\,e + 20\,f + 6\,g}{a + g + 2\,(c + e) + 4\,(b + d + f)} \right)$$

Beispiel.

Die Ordinaten einer Ebene seyen folgende:

a = 12′	e = 13′
b = 10′	f = 17′
c = 5′	g = 2′
d = 20′	

die Entfernung m sey 21′.

Wie groß ist die Entfernung ihres Schwerpunktes von der Linie gg′?

Antwort.

$$21' \left(\frac{4 \times 17 + 4 \times 13 + 12 \times 20 + 8 \times 5 + 20 \times 10 + 6 \times 12}{12 + 2 + 2\,(5 + 13) + 4\,(10 + 20 + 17)} \right)$$

$$= 21' \times \frac{672}{238}$$
$$= 59',3.$$

VIII. Der Schwerpunkt eines Kegels oder einer Pyramide liegt auf ¼ ihrer Höhe von der Basis weg.

IX. Der Schwerpunkt einer Halbkugel liegt in einer Entfernung von der Basis = ⅜ ihres Halbmessers.

X. Der Schwerpunkt eines Paraboloides ist von der Basis um ⅓ seiner Höhe entfernt.

XI. Schwerpunkt eines Kugelabschnittes (Calotte).

Ist R der Radius der Kugel,
h die Höhe des Segmentes,
so ist die Entfernung des Schwerpunktes von dem Centrum der Kugel

$$= R - h \left(\frac{8\,R - 3\,h}{12\,R - 4\,h}\right)$$

Ist der Körper a b (Fig. 27.) an zwei Seiten A C, C B aufgehängt, so geht die senkrechte C D durch den Schwerpunkt derselben.

Es kann daher der Schwerpunkt eines jeden Körpers noch durch folgendes praktische Verfahren bestimmt werden:

Man hänge den Körper an zwei verschiedenen Stellen auf, so daß er sich um den Aufhängungspunkt frei bewegen kann und beobachte in beiden Fällen die von jenem Punkte abwärts gerichtete senkrechte Linie. Wo beide Senkrechten sich durchschneiden, liegt der Schwerpunkt des Körpers.

Der Schwerpunkt eines Schiffes, einer Maschine, oder irgend einer andern zusammengesetzten Vorrichtung wird gefunden, wenn man das Gewicht und den Schwerpunkt eines

jeden einzelnen Theiles bestimmt und dann auf oben angegebene Art verfährt.

Anmerk. Die Lage des Schwerpunktes eines Körpers, so wie eines jeden Punktes im Allgemeinen ist nur dann genau bestimmt, wenn die Entfernungen von drei zu einander senkrechten Ebenen angegeben sind. Oft aber hat man nur nöthig, die Lage des Schwerpunktes in einer einzigen Richtung oder in zweien zu wissen, und meistens findet sich dieselbe in einer Richtung mit Leichtigkeit, indem nämlich der Körper überall dieselbe Dicke hat, kreisförmig oder fast symmetrisch ist.

An einem unbeladenen Schiffe liegt z. B. der Schwerpunkt immer in der Achse desselben. Die Bestimmung der Lage des Schwerpunktes ist besonders bei der Construkzion von Seeschiffen, so wie von andern Schiffen sehr nöthig.

Die Höhe des Schwerpunktes derselben führt zur Bestimmung ihrer Stabilität, oder der Kraft, welche es braucht, um das Schiff aus seiner senkrechten Lage in eine schiefe zu versetzen, und welche desto größer ist, je kleiner die Distanz zwischen dem Schwerpunkte des Schiffskörpers und des versetzten Wasserkörpers ist.

Die Lage des Schwerpunktes in der Länge des Schiffes muß hingegen bestimmt werden, um die verschiedenen Gewichte und Ladungen so in demselben zu vertheilen, daß das Schiff im Wasser horizontal zu liegen kömmt, oder eher der Hintertheil desselben etwas tiefer eintaucht als der Vordertheil, indem nämlich erwiesen ist, daß der Widerstand des Wassers in diesem Falle geringer ist, als wenn der Vordertheil tiefer eintaucht als der Hintertheil. In Dampfschiffen kann diese Bedingung durch die Zusammenstellung der Maschinen, des Kessels, der Kohleuräume ꝛc. erfüllt werden.

Beispiel. Es sey AB (Fig. 28.) die Mitte der Länge eines Dampfschiffes. Der Schwerpunkt o des verdrängten Wasserkörpers liege 4′ und der Schwerpunkt w des leeren Schiffkörpers liege 3′ hinter derselben; der Schwerpunkt der Maschine

liege 2′ von der Achse der Wasserräder und die Entfernung zwischen dem Kessel und den Maschinen sey ebenfalls bestimmt, so daß sich der Schwerpunkt des Kessels 14′ hinter der Radachse befindet.

Das Gewicht des leeren Schiffes betrage . . . 70,000 K°.
das der Maschine . . . . 30,000 K°.
und das des Kessels . . . . 25,000 K°.

In welchem Punkte der Länge muß die Radachse angebracht werden, damit der Schwerpunkt des Schiffes nebst Maschine und Kessel $1\frac{1}{2}$ Fuß hinter den Schwerpunkt des versetzten Wassers zu liegen kömmt?

Antwort. Der Schwerpunkt der Maschinen und Kessel zusammengenommen liegt daher

$$\frac{14' \times 25{,}000 - 2' \times 30{,}000}{25{,}000 + 30{,}000} = 5{,}27$$ hinter der Radachse, und

das Gewicht beträgt 55000 K°.

Nennt man x die Entfernung des allgemeinen Schwerpunktes von der Mitte des Schiffes, so ist

$$5\tfrac{1}{2}\,(55{,}000 + 70{,}000) = 3 \times 70{,}000 + x \times 55{,}000$$

und $x = 8{,}68$

Daher muß die Radachse $8{,}68 - 5{,}27 = 3{,}41$ Fuß hinter der Mitte des Schiffes angebracht werden.

Nr. 12.

Berechnung fallender Körper.

Jeder fallende Körper fällt bekanntlich mit immer zunehmender, oder beschleunigter Geschwindigkeit.

Erfahrung und Theorie lehren darüber Folgendes:

1) Die Räume, welche der Körper durchläuft, wachsen für jeden folgenden Zeittheil, wie die ungeraden Zahlen, oder wie 1, 3, 5, 7, 9 u. s. w.

D. h., theilt man die ganze Zeit des Falles z. B. in vier gleiche Theile, und fällt er im ersten Zeittheil einen Raum = a herunter, so beträgt der Raum im zweiten 3 a, im dritten 5 a und im vierten 7 a.

2) Die Totalräume verhalten sich wie die Quadrate der Fallzeiten; oder fällt ein Körper zwei- oder dreimal länger, so durchfällt er einen vier- oder neunmal größeren Raum.

Anmerk. In der That, ist der Raum im ersten Zeittheile = a. und im 2ten = 3 a, so beträgt er für beide zusammen 4 a; d. h., fällt er zweimal länger, so legt er viermal mehr Weg zurück. Eben so wird er in den drei ersten Zeittheilen zusammen 9 a, in allen vier Zeittheilen 16 a durchfallen.

3) Ein senkrecht und freifallender Körper braucht gerade eine Sekunde, um

15,1 pariser Fuß,
oder 15,625 rheinl. „ (15⅝′)
„ 16,1 engl. „
„ 17,277 leipz. „
„ 4,9 Meter „

zu durchfallen.

Fällt er 2 Sek. lang, so wird er also 4 × 15′ oder circa 60 franz. oder 64 engl. Fuß durchlaufen; fällt er nur ½ Sek. lang, so fällt er nur $\frac{15}{4}$ franz. Fuß, oder $\frac{16}{4}$ = 4′ engl. herab.

Jene Zahl (15,1 ꝛc.) pflegt man die Gallileische zu nennen, und den doppelten (oder einfachen) Werth derselben in den Formeln mit g zu bezeichnen.

4) Die Geschwindigkeit, die der Körper am Ende des Falls erlangt hat, ist so groß, daß er mit derselben, wenn sie gleichförmig bliebe, in der nämlichen Zeit den doppelten Weg zurücklegen könnte. Am Ende der ersten Sekunde ist also g = 30 par.′, = 9^m,8088 = 31¼ rhein.′, = 32 engl.′.

5) Die Endgeschwindigkeiten, oder die Geschwindigkeiten, die der Körper durch den Fall erlangt hat in dem Augenblick, wo er anschlägt, wachsen wie die Zeiten. Ist er 1½ Sek. lang gefallen, so ist sie = 1½ × 30 oder 45 par.′ u.s.w. (oder g. t, wenn t die Anzahl Sek. bezeichnet).

6) Diese Gesetze gelten auch für den Fall auf einer geneigten Ebene, nur sind die durchlaufenen Räume im Verhältnisse der senkrechten Höhe zur Länge des Weges kleiner.

Hat also die Ebene $\frac{1}{5}$ Fall, d. h. fällt z. B. eine 30′ lange Röhre um 6′, so wird eine Kugel, die in derselben herabrollt, in der ersten Sek. nur $\frac{15}{5}$ oder 3′; in der zweiten 3 × 3 oder 9′, in der dritten 5 × 3 oder 15′ weit laufen.

In der Wirklichkeit entspricht der Erfolg nun freilich diesen Regeln gewöhnlich nicht vollkommen, da der Widerstand der Luft und die Reibung den freien Fall oft merklich hemmen.

Das erste Hinderniß wirkt indessen nur bedeutend, wenn Körper hoch herabfallen, wenn sie ein geringes spezifisches Gewicht haben, oder mit einer großen Fläche die Luft durchschneiden. Denn je mehr Luft sie im Fallen verdrängen müssen, desto mehr verlieren sie wieder von der durch den Fall erlangten Kraft.

Die Reibung kommt hingegen fast einzig bei Körpern, die auf geneigten Flächen herabgleiten, in Betracht.

Immerhin ist die Kenntniß jener Gesetze auch für den praktischen Mechaniker sehr nützlich; und besonders vielfache Anwendung finden obige Regeln bei der Berechnung der Wasserkraft, obschon auch hier einerseits zufolge der Reibung die Geschwindigkeit merklich vermindert wird, und anderseits

das fallende Wasser oft vor dem Fall schon eine gewisse Geschwindigkeit hat.

Verzögerter Fall.

Der Fall wird nicht nur auf einer schiefen Ebene langsamer, sondern auch so oft eine verzögernde Kraft entgegenwirkt. Hängen z. B. an beiden Enden der über die Rolle a (Fig. 29.) geschlagenen Schnur Gewichte, aber ungleiche, so wird (wenn von der Reibung ꝛc. abgesehen wird) das größere sinken, jedoch langsamer. Der Fallraum verhält sich zum freien wie $\frac{P - p}{P + p} : 1$. wo P das größere und p das kleinere Gewicht bedeutet.

Beisp. Wie schnell fällt das Gewicht P = 100 ℔, wenn an dem andern Ende ein Gewicht von 50 ℔ hängt, das also heraufgezogen werden muß?

Antw. $\frac{P - p}{P + p} = \frac{50}{150} = \frac{1}{3}$.

Statt in der ersten Sekunde 15,09 franz. Fuß zu durchfallen, fällt P nur durch einen Raum von 5,03′, in der zweiten 15,09 u. s. w. Auch die Endgeschwindigkeit ist nur 10,06′, statt 30,18′ ꝛc.

Anmerk. Ausserdem wird aber der Fall durch die Reibung und die Steifigkeit des Seiles merklich gehindert.

Allgemeine Regeln zur Berechnung freifallender Körper.

Folgende Formeln dienen zur genauern Berechnung, wenn nämlich von dem Einfluß der Luft abgesehen wird, und wenn:

g den doppelten Fallraum in der ersten Sekunde,
h die Fallhöhe,
t die Zeit in Sekunden, und
v die Endgeschwindigkeit

bezeichnen.

1) $v = \frac{2h}{t}$ 2) $v = gt$ 3) $v = \sqrt{2gh}$

4) $h = \frac{vt}{2}$ 5) $h = \frac{1}{2} g t^2$ 6) $h = \frac{v^2}{2g}$

7) $t = \frac{2h}{v}$ 8) $t = \sqrt{\frac{2h}{g}}$ 9) $t = \frac{v}{g}$

Und setzt man für g die obigen Werthe (nämlich g = 30,2 par. Fuß, 31,25 rheinl. Fuß u. s. w.), so findet man,

wenn v gegeben ist (nach 6):

$h = 0{,}0165 \times v^2$ in pariser Fuß,
$h = 0{,}0155 \times v^2$ in engl. „
$h = 0{,}016 \times v^2$ in rheinl. „
$h = 0{,}0143 \times v^2$ in leipziger „
$h = 0{,}0509 \times v^2$ in Metern.

Wenn h gegeben ist (nach 3):

$v = 7{,}772 \times \sqrt{h}$ in pariser Fuß, oder $\sqrt{60{,}4\ h.}$
$v = 8{,}025 \times \sqrt{h}$ in engl. „ „ $\sqrt{64{,}3\ h.}$
$v = 7{,}88 \times \sqrt{h}$ in rheinl. „ „ $\sqrt{61{,}5\ h.}$
$v = 8{,}337 \times \sqrt{h}$ in leipziger „ „ $\sqrt{69{,}3\ h.}$
$v = 4{,}429 \times \sqrt{h}$ in Metern „ $\sqrt{19{,}62\ h.}$

und wenn v gegeben ist (nach 9):

$t = 0{,}0331 \times v$ in pariser Fuß.
$t = 0{,}031 \times v$ in engl. „
$t = 0{,}032 \times v$ in rheinl. „
$t = 0{,}0287 \times v$ in leipz. „
$t = 0{,}1020 \times v$ in Metern.

Beisp. 1) Wenn ein Körper $4\frac{1}{2}$ Sekunden lang fällt, wie viel pariser Fuß durchfällt er?

Antw. (Nach 5) $4\frac{1}{2} \times 4\frac{1}{2} \times \frac{30',2}{2} = 305{,}775.$

2) Hat ein Körper am Ende seines Falles eine Geschwindigkeit von 48′ (engl.), wie groß ist seine Fallhöhe?

Antw. $h = 0{,}0155 \times 48^2 = 0{,}0155 \times 2304 = 35'',712.$

3) Wie groß muß die Fallhöhe (in rheinl. F.) seyn, damit ein Körper eine Geschwindigkeit von 11′ erlange?

Antw. $h = 0{,}016 \times 11^2\ (121) = 1{,}936'.$

4) Welche Endgeschwindigkeit erlangt ein Körper (in rheinl. Fuß), der 180′ hoch herunterfällt?

Antw. $v = 7{,}88 \cdot \sqrt{180} = 105',592.$

5) Welche erlangt er, wenn er $5\frac{1}{2}$ Sek. fällt in pariser Fußen?
Antw. $v = 30',2 \times 5\frac{1}{2} = 166'.$

6) Wie lang fällt ein Körper, der eine Geschwindigkeit von 19' (engl.) hat?

Antw. 0,031 × 19 = 0,589 Sek.

7) Wie viel Däumlinge können an einer Welle angebracht seyn, welche 49 Umgänge per Minute macht, um einen Pochstempel in Bewegung zu setzen, dessen Hub = 3' ist?

Antw. Um alle Stöße gegen den Stempel zu vermeiden, darf der Däumling nicht eher denselben angreifen, als bis derselbe seinen vorhergehenden Fall beendigt hat. Es ist also die Zeit auszurechnen, welche derselbe braucht, um von der Höhe von 3' herunter zu fallen. Es ist $t = \sqrt{\left(\frac{2h}{g}\right)}$

$$= \sqrt{\left(\frac{2 \times 3}{30,2}\right)}$$

$$= 0,45 \text{ Sekunden.}$$

In einer Minute können also $\frac{60}{0,45} = 133$ Stempelzüge gethan werden und also während eines Umgangs der Welle $= \frac{133}{19} = 7$ Stempelzüge, welches auch die Anzahl der Däumlinge an der Welle angibt. Da der Bogen zwischen zwei auf einander folgenden Däumlingen gerade so groß seyn muß als die Hubeshöhe = 3', so muß die Circumferenz 3 × 7 = 21' und folglich der mittlere Diameter der Welle $= \frac{21}{3,14} = 6',6$ betragen.

Regeln für geworfene Körper.

Wirft man einen Körper in die Höhe, so braucht derselbe gerade so viel Zeit zum Steigen, als zum Wiederherunterfallen;

er muß dieselbe Anfangsgeschwindigkeit haben, die er am Ende durch den Fall erlangt; seine Geschwindigkeit nimmt auf dieselbe Weise ab, wie sie beim Falle zunimmt. Die obigen Formeln sind daher auch auf den Wurf anzuwenden, in so fern man auch hier von der Einwirkung der Luft abstrahirt.

Beisp. 1) Wie hoch stieg ein Körper, der nach 6 Sek. wieder niederfällt?

Antw. Zum Niederfallen braucht er so viel Zeit, als zum Steigen, also 3 Sek. Die Frage ist also die: Wie hoch fällt ein Körper innerhalb 3 Sek. Man findet (nach 5) $\frac{g \cdot 3^2}{2} = 15{,}1 \times 9$ franz. Fuß $= 135{,}9$.

2) Wie hoch steigt ein Körper, der im Anfang eine Geschwindigkeit von 80′ (rheinl.) hat?

Antw. Dieselbe wird beim Niederfallen seine Endgeschwindigkeit seyn. Also haben wir

$$0{,}016 \times 80^2 = 0{,}016 \times 6400 = 102'{,}4.$$

3) Wie hoch mag ein Körper steigen, der senkrecht mit 600′ Geschwindigkeit in die Höhe geschossen wird? (in franz. Fuß.)

Antw. $h = 0{,}0165 \times 600^2 = 5940'$.
NB. Wenn die Luft keinen Widerstand leistet.

4) Wie lange steigt eine Kugel, die mit 250′ (rheinl.) Geschwindigkeit senkrecht in die Höhe geschossen wird, und wie hoch steigt sie?

Antw. $t = 0{,}032 \times 250 = 8$ Sek.
$h = 0{,}016 \times 250^2 = 1000'$.

Anhang.

Erklärung der Ausdrücke: Masse und Massen-Moment.

Da die Intensität der Schwerkraft nicht an jedem Orte ganz dieselbe ist, so folgt hieraus, daß, da die absolute Masse eines und desselben Körpers immer konstant bleibt, dieselbe nicht wohl durch das direkte Gewicht des Körpers ausgedrückt wird. Die Erfahrung aber lehrt, daß die Geschwindigkeit, welche ein fallender Körper vermöge der Schwerkraft am Ende der ersten Sekunde seines Falles erhält, immer proportional zu ihrer Intensität ist, so daß also der Rapport $\frac{P}{g}$ immer konstant ist.

Dieser Rapport wird die Masse eines Körpers genannt und gewöhnlich mit M bezeichnet. Man hat also:

$$M = \frac{P}{g} \text{ und } P = Mg.$$

wo P das Gewicht des Körpers und g den doppelten Fallraum desselben in der ersten Sekunde an einem und demselben Orte bezeichnet.

Ist P das Gewicht eines Körpers oder die Pression, welche die Schwerkraft auf denselben ausübt, so kann die totale Pression, welche, während er von einer Höhe H herunterfällt, entwickelt wird, durch das Produkt PH ausgedrückt werden. Durch diesen Fall wird aber eine Endgeschwindigkeit $v = \sqrt{2gH}$

erlangt, woraus $H = \frac{v^2}{2g}$ folgt. Es ist hiemit PH oder der dynamische Effekt, welcher während dieses Falles erzeugt wird, $= \frac{Pv^2}{2g} = \frac{1}{2}\frac{Pv^2}{g} = \frac{1}{2} Mv^2$.

Da überhaupt der dynamische Effekt eines jeden Motors mit demjenigen der Schwerkraft verglichen wird, so folgt hieraus, daß diese Werthe ebensowohl diejenigen irgend eines andern Motors angeben. —

Das Doppelte desselben oder $\frac{Pv^2}{g} = Mv^2$ ist, was man in der Mechanik Massenmoment oder lebendige Kraft (force vive) nennt. Diese muß durchaus nur als ein Werth, der gerade das Doppelte des dynamischen Effektes einer Kraft ausmacht, oder als das Resultat irgend einer Pression angesehen werden, welche während einer gewissen Zeit angewendet worden ist, um die Trägheit eines Körpers zu überwinden, und um demselben eine gewisse Geschwindigkeit mitzutheilen.

Nr. 13.

Berechnung der Ramm-Maschinen.

Ist S das Gewicht, welches ein Pfahl zu tragen im Stande seyn muß, so muß derselbe so weit in die Erde eingetrieben werden, bis der Widerstand, welchen die Erde dem weitern Eindringen des Pfahles entgegensetzt, und von ihrer Natur abhängt, demselben gleich ist. Und ist alsdann h die Tiefe, um welche der Pfahl bei einem Schlage des Rammklotzes eindringt, so ist der Effekt, welchen derselbe bei jedem Schlage hervorbringen muß $= Sh$. Dieser steht aber auch in einfachem Verhältnisse zu dem Gewichte P des Rammklotzes, und zu der Höhe H, von welcher derselbe herunterfällt. Es ist daher $PH = Sh$.

Hieraus folgt, daß es z. B. ebenso vortheilhaft ist, einen Rammklotz von 3 Centner Gewicht von einer Höhe von 10 Fuß, als einen von 2 Centner von einer Höhe von 15 Fuß fallen zu lassen. Da $H = \frac{v^2}{2g}$ ist, so wird die Endgeschwindigkeit, mit welcher der Rammklotz auf den Pfahl fällt, im erstern Falle $= 24{,}57$ Fuß, im zweiten Falle $= 30{,}10$ Fuß betragen.

Die Richtigkeit dieser Regeln beweisen unter andern folgende Resultate von Woltmanns Versuchen. *)

Gewicht des Rammklotzes in ℔ = P	Widerstand der Erde in ℔ = S.	Fallhöhen des Rammklotzes. H = 1′	H = 2′	H = 3′	H = 4′	H = 6′
		Eindringen des Pfahles in Fußen nach der Beobachtung.				
16	269	0,06	0,13	0,19	0,26	0,40
8	269	0,02	0,04	0,06	0,09	0,13
4	269	—	0,01	0,02	0,03	0,04
8	497	0,01	0,02	—	0,04	0,07
8	154	0,04	0,08	—	0,17	0,25

Uebrigens dürfen in der Ausführung die Pfähle bei weitem nicht mit den Gewichten belastet werden, welche durch diese Formel erhalten werden, sondern nach folgender Angabe von Eytelwein bloß mit ungefähr $\frac{1}{8}$ derselben.

Fallhöhe des Rammklotzes = 5 Fuß

Gewicht des Rammklotzes in Centnern.	Eindringen des Pfahles während 20 Schlägen in Zollen.	Last, welche der Pfahl tragen kann in Centn.
6	11,5	100
8	6 2	200
10	5,7	300
12	4,7	400
15	5,1	500
18	4,6	600

*) Siehe Recherches théoriques et expérimentales sur l'effet des machines et outils par Woltmann. 1804.

Beisp. Wie viel Ctr. ist ein Pfahl im Stande mit Sicherheit zu tragen, welcher mit einem Rammkloße von 550 ℔ Gewicht und bei einer Fallhöhe von 6 Fuß in den letzten 25 Schlägen nur ¼″ tiefer in die Erde gedrungen ist.

Antw. $Sh = \frac{1}{8} PH$

$$S = \frac{1}{8} \times \frac{PH}{h}$$

$$= \frac{1}{8} \times 550 \times 6 \times 25 \times 4$$

$$= 412\frac{1}{2}\ \text{Ctr.}$$

/

Nr. 14.

Berechnung der Pendel-Bewegungen.

Pendel heißt ein an einem Faden aufgehängtes Gewicht, das, aus der lothrechten Richtung verrückt, um den Aufhängungspunkt schwingt.

Die Stelle des Fadens kann auch ein Draht oder eine dünne Stange vertreten, wenn das Gewicht derselben unbedeutend ist. Muß dieses in Betracht kommen, so gelten die folgenden Gesetze zwar auch für solche Pendel, nur sind sie als kürzer zu betrachten. Es ist daher hier nur von dem reinen Pendel die Rede.

Jeder weiß, daß ein längerer Pendel langsamere Schwingungen, oder in derselben Zeit, in 1 Min. z. B., weniger Schwingungen hat.

Erfahrung und Theorie lehren aber Folgendes:

1) Die Schwingungs-Zeiten verhalten sich an einem und demselben Orte wie die Quadratwurzeln der Längen.

Heißt man L und l die Längen
und T und t die Schwingungs-Zeiten } zweier Pendel,
so verhält sich $T : t = \sqrt{L} : \sqrt{l}$.

2) Die Anzahl der Schwingungen in derselben Zeit, z. B. 1 Min. verhalten sich umgekehrt wie die Schwingungszeiten, und also umgekehrt wie die Quadratwurzeln der Längen.

Heißt man L und l die Längen
und N und n die Zahl d. Schwingungen } zweier Pendel,
so verhält sich $N : n = \sqrt{l} : \sqrt{L}$.

3) Damit ein Pendel genau einen einfachen Schwung in einer Sekunde mache, oder 60 in einer Minute, muß es 3' $8\frac{1}{2}$''', oder $36\frac{2}{3}$'' franz Maaß lang seyn, oder $39\frac{1}{8}$'' engl. oder 0,9936 Meter. Die Länge ändert sich übrigens etwas nach der geographischen Breite.

Unter dem Aequator oder

bei	0° Lat.	ist die Länge des	Sek.-Pendels	= 459,2'''	franz.
„	30 „	„	„	439,8	„
„	45 „	„	„	440,4	„
„	60 „	„	„	441,0	„
„	90 „	„	„	441,8	„

4) Weder die Größe des Gewichts, noch die des Schwingungsbogens, hat einen merklichen Einfluß auf obige Gesetze.

Es folgt demnach, daß die Länge eines Pendels:

für	halbe Sekunden	$9\frac{1}{6}$''	franz.	oder	$9\frac{3}{4}$	engl.
„	drittel „	$4\frac{2}{27}$	„	„	$4\frac{1}{3}$	„
„	zwei „	12'$2\frac{2}{3}$	„	„	15'	„

betragen muß.

Für jede gegebene Länge in franz. Zollen findet man die Zeit eines einfachen Schwunges durch die Proportion:

$\sqrt{36\frac{2}{3}} : \sqrt{l} = 1$ Sek. : x.

oder $6{,}05 : \sqrt{l} = 1$ Sek. x Sek. oder $x = \frac{\sqrt{l}}{6{,}05}$

Für jede gegebene Länge findet man die Anzahl der Schwingungen in 1 Min. durch die folgende:

$\sqrt{l} : 6{,}05 = 60 : x$ Schwingungen.

oder $x = \frac{363}{\sqrt{l}}$ in franz. und $\frac{375}{\sqrt{l}}$ in engl. Zollen.

Für jede verlangte Anzahl Schwingungen n in 1 Minute die Länge in franz. Zollen durch die folgende:

$n : \quad 60 = 6{,}05 : \sqrt{l}$

oder $n^2 : 3600 = 36\frac{2}{3} : l$

oder $l = \frac{132000}{n^2}$ in franz. und $\frac{140850}{n^2}$ in engl. Zollen.

Beisp. 1) Wie lang muß ein Pendel in franz. Zollen seyn, damit es in 1 Min. 40 Schläge mache?

Antw. $\frac{132000}{40 \times 40} = \frac{132000}{1600} = 82\frac{1}{2}$ Zoll.

2) Wie lang muß ein Pendel in engl. Zollen seyn, damit es in 1 Min. 75 Schwingungen mache?

Antw. $\frac{140850}{75 \times 75} = \frac{140850}{5625} = 25''$.

3) Wie viel Schwingungen macht in 1 Minute ein Pendel, das 48″ franz. lang ist?

Antw. $\frac{363}{\sqrt{48}} = \frac{365}{6,96} = 52\frac{1}{2}$.

4) Wie viel Schwingungen macht ein Pendel von 64″ engl. in einer Minute.

Antw. $\frac{375}{\sqrt{64}} = \frac{375}{8}\ 46\frac{7}{8}$.

Nr. 15.

Mittelpunkt des Stoßes oder Schwunges.

Mittelpunkt des Stoßes (oder der Perkussion) heißt derjenige Punkt eines in Bewegung begriffenen Körpers, wo man sich seine ganze Stoßkraft vereinigt vorstellen kann; so daß ein Hinderniß, auf welches dieser Punkt stößt, die ganze Wirkung des Stoßes empfängt, und daher auch die ganze Bewegung des stoßenden Körpers aufhebt.

Bewegen sich alle Theile eines Körpers mit gleicher Geschwindigkeit und nach parallelen Linien, so fällt jener Punkt mit dem Schwerpunkte zusammen. In anderen Fällen aber geschieht dies nicht, und dann ist der Mittelpunkt des Stoßes wohl zu unterscheiden, da sich daraus oft wichtige Folgen herleiten lassen.

Bringt man den Körper A (Fig. 30) in eine schwingende Bewegung um c, so werden alle materiellen Punkte desselben die nämliche Winkelgeschwindigkeit annehmen müssen; eben daher aber in sehr verschiedener Geschwindigkeit sich bewegen. Indessen wird in irgend einem Abstande ein Punkt p gerade so geschwind schwingen, als ein Pendel von der Länge cp. In diesem Punkte kann man sich daher die ganze Bewegungskraft vereinigt oder

concentrirt denken, und derselbe heißt deßhalb der Mittelpunkt des Stoßes oder Schwungs. Begegnet der schwingende Körper A einem festen l so, daß gerade p dagegen stößt, so erfährt l den ganzen Stoß, und alle Theile von A verlieren daher ihre Bewegung. Stößt A hingegen gegen einen Widerstand m oder n, so hat diese vollkommene Zernichtung der Stoßkraft nicht statt, und die Kraft in p wird den Körper A um den Berührungspunkt von m oder n zu drehen suchen, demnach auch eine Erschütterung in c bewirken. Das Ende des Körpers A wird nach der einen oder andern Seite zu entweichen streben.

Ganz dasselbe erfolgt, wenn ein Körper durch eine andere Kraft, als die der Schwere, in eine solche schwingende Bewegung versetzt wird, hiemit z. B., wenn man mit einem Hammer schlägt. Soll in diesem Fall der Hammer 1) seine ganze Kraft gegen den Widerstand äussern und 2) nach dem Anstoß kein Contrecoup oder keine Erschütterung des Stiels statt finden, so muß derselbe genau mit dem Mittelpunkt des Stoßes auffallen. *)

Dasselbe ist beim ballistischen Pendel erforderlich, welcher zum Bemessen einer dagegen stoßenden Kraft (einer abgeschossenen Kugel) dienen soll u. s. w.

*) Daraus ist ersichtlich, warum der Hammer (Fig. 31.) nicht wie in P, sondern wie bei Q an dem Stiele aufsitzen muß; und warum die Länge des Stieles nicht gleichgültig ist, wenn die Hand keine oft schmerzhafte Reaktion empfinden soll.

Daher rührt auch die schädliche Erschütterung bei Räderwerken, wenn der Druck eines Zahns aufhört, ehe der folgende gehörig drückt — denn die Zähne wirken nicht auf die Centra des Stoßes. Es darf also kein Stoß statt haben, wie dies unvermeidlich ist, wenn irgend ein folgender Zahn, weil er zu schmal oder der Zwischenraum zu groß ist, zu spät eingreift.

Wie der Mittelpunkt des Stoßes oder Schwunges bei einer Stange A (Fig. 32.) gefunden wird, die an dem einen Ende c aufgehängt ist, und an deren anderm Ende ein Gewicht B befestigt ist:

Ist a die Länge der Stange A, b das Gewicht der Stange pr. Fuß, g das Gewicht B, so ist der Abstand des Stoßpunktes

$$\text{von } c = \frac{\frac{1}{3}\, ab \times a^2 + ga^2}{\frac{1}{2}\, ab \times a + ag.}$$

Hat hiemit A eine Länge von 20'; ist b = 100 Unzen, und g = 1000, so erhalten wir:

$$\frac{\frac{1}{3}\, 2000 \times 400 + 400{,}000}{20000 + 20000} = \frac{666666}{40000} = 16\tfrac{2}{3}'.$$

Der Stoßpunkt wird also $16\frac{2}{3}'$ unter dem Aufhängungspunkte liegen; und dieser physische oder zusammengesetzte Pendel hiemit auch gerade so viel Schwingungen pr. Minute machen, als ein mathematisches, das $16\frac{2}{3}'$ lang ist.

Anmerk. Daß dieser Schwingungspunkt nicht mit dem Schwerpunkte zusammenfalle, oder derselbe sey, ergibt sich aus Folgendem:

Der Schwerpunkt der Stange allein liegt in der Mitte, also 10′ unter c, und der Schwerpunkt von B 20′ unter c.

Wie nun die Summe der Gewichte oder 3000 zum ganzen Abstand beider Schwerpunkte oder 10′ sich verhalten, so verhält sich das kleinere Gewicht B zum kleineren Abstande des gemeinschaftlichen Schwerpunkts.

Also wie 3000 : 10 so 1000 : ? D. i. zu $3\frac{1}{3}$.

Der Schwerpunkt von $A + B$ liegt also $10 + 3\frac{1}{3}$ oder $13\frac{1}{3}'$ von Pnnkte c entfernt.

Ist an der Stange A (Fig. 33) noch ein zweites Gewicht d befestigt, dessen Abstand von $c = t$, so wird der Abstand des Stoßpunktes

$$= \frac{\frac{1}{2}\,ab \times a^2 + ga^2 + dt^2}{\frac{1}{2}\,ab \times a + ag + dt.}$$

Beisp. $a = 12'$. $b = 2$ ℔. B oder $g = 3$ ℔. $d = 4$ ℔. $t = 8'$, so haben wir $\frac{1}{2}\,ab = 12$; $a^2 = 144$; $ga^2 = 432$; $dt^2 = 256$.

Also $\frac{12 \times 144 + 432 + 256}{12 \times 12 + 36 + 48} = \frac{2416}{228}\,10\frac{4}{7}$ (oder $10\frac{3}{5}$).

Da der Mittelpunkt des Schwunges mit dem des Stoßes zusammentrifft, so läßt sich dieser praktisch finden, indem man die Zahl der Schwingungen, wenn der Körper aufgehängt ist, in einer gegebenen Zeit, z. B. in 1 Minute, zählt, und berechnet, welcher Pendellänge diese Zahl entspricht.

Ist n die Zahl der Schwingungen per Minute, so ist

$\frac{132000}{n^2}$ die Länge des Pendels in franz. Zollen,

$\frac{140850}{n^2}$ die Länge desselben in engl. Zollen.

Für manche Körper läßt sich übrigens ein allgemeines Verhältniß angeben.

1) Bei einer geraden und im Verhältniß zur Länge dünnen **Stange**, die an dem einen Ende aufgehängt ist, liegt der Stoß- oder Schwingungspunkt stets um $\frac{2}{3}$ der Länge unter dem Aufhängungspunkte.

Auch ergibt sich dies aus obigen Regeln: denn nehmen wir die Stange A (Fig. 33) ohne B, so wird die Formel zu

$$\frac{\frac{1}{3}\,ab \times a^2}{\frac{1}{2}\,ab \times a} = \frac{2}{3}\,a.$$

2) Bei gleichschenklichten, an ihrem Scheitelpunkte aufgehängten Dreiecken liegt jener Punkt $\frac{3}{4}$ der Höhe unter dem Aufhängungspunkte; und dasselbe gilt von Rädern.

3) Bei sehr dünnen Pyramiden oder Kegeln, die um ihre Spitze schwingen, liegt derselbe etwa $\frac{4}{5}$ ihrer Höhe von der Spitze entfernt.

Theorie des Stoßes.

Bewegen sich zwei Körper in der nämlichen Richtung, jedoch der letztere mit einer größern Geschwindigkeit als der erstere, so wird jener den erstern einholen und im Augenblicke der Berührung einen Druck auf ihn ausüben, den man **Stoß** nennt.

Gerade ist der Stoß, wenn, wie bei der Bewegung eines Rammklotzes, die Berührungsflächen der beiden Körper senkrecht auf die Richtungen ihrer Bewegung stehen.

Central nennt man ihn, wenn sich die Schwerpunkte der zwei Körper vor dem Stoße in einer geraden Linie bewegen.

Bei den folgenden Regeln ist der Stoß immer als gerade und central angenommen worden.

Die Wirkung des Stoßes auf die Bewegung der zwei Körper ist verschieden, je nachdem dieselben:

1) vollkommene Elastizität,
2) gar keine Elastizität, oder
3) nur eine gewisse Elastizität besitzen.

Bei elastischen Körpern werden die Eindrücke, welche der Stoß verursacht, wieder hergestellt, bei unelastischen hingegen sind dieselben bleibend.

Stoßen sich zwei vollkommen elastische Körper, so wird der gestoßene im Augenblicke, wo der Stoß geschieht, fortgeschnellt, und es wird der Unterschied der Geschwindigkeit, welche zwischen den beiden Körpern vor dem Stoße statt hatte, derselbe nach dem Stoße seyn, jedoch da der stoßende Körper durch den Stoß wieder zurückgestoßen wird oder abprallt, derselbe eine kleinere Geschwindigkeit nach dem Stoße haben als der andere, und es wird daher, wenn

P und p die Gewichte der zwei Körper.

V und v ihre Geschwindigkeiten vor dem Stoße und
C und c dieselben nach dem Stoße

bedeuten:

$$V - v = c - C \text{ seyn.}$$

Sind hingegen die zwei Körper ganz unelastisch, so werden dieselben nach dem Stoße eine gleiche Geschwindigkeit erhalten, oder $C = c$ und folglich $c - C = o$ seyn.

Es liegt also der Werth von $c - C$ zwischen $V - v$ und o.

Für Körper, welche bloß eine gewisse Elastizität haben, ist daher:

$$1)\ c - C = x\,(V - v).$$

wobei der Werth von x ganz allein von der Natur der stoßenden Körper abhängt und durch Versuche bestimmt werden muß.

Nach Newton's Versuchen ist

bei Elfenbein $x = \frac{8}{9}$

und bei Glas $x = \frac{15}{16}$.

Da ferner die Summen der Momente beider Körper vor und nach dem Stoße einander gleich seyn müssen, so ist:

$$2)\ PV + pv = PC + pc.$$

Diese zwei Gleichungen geben folgende Werthe für C und c.

$$C = \frac{PV + pv - px\,(V - v)}{P + p}$$

$$c = \frac{PV + pv + Px\,(V - v)}{P + p}$$

Für vollkommen elastische oder ganz harte Körper ist $x = 1$, daher:

$$C = \frac{2\,pv + V\,(P - p)}{P + p}$$

und $$c = \frac{2\,PV - v\,(P - p)}{P + p}$$

Für ganz unelastische oder vollkommen weiche ist $x = 0$ daher

$$C = c = \frac{PV + pv}{P + p}$$

Sind die Gewichte einander gleich ($P = p$); so werden bei vollkommen elastischen Körpern $C = v$ und $c = V$, d. h. die Körper verwechseln ihre Geschwindigkeiten nach dem Stoße. (Dies hat öfters bei Billardkugeln statt.)

Und ist der erstere Körper vor dem Stoße in Ruhe, so wird daher der letztere nach dem Stoße in Ruhe verbleiben, der erstere hingegen die Geschwindigkeit annehmen, welche jener vor dem Stoße hatte.

Sind hingegen die Körper ganz unelastisch, so wird in letzterm Falle ein jeder derselben mit der Hälfte der Geschwindigkeit fortlaufen, welche der letztere Körper vor dem Stoße hatte.

Beisp. Es seyen die Gewichte zweier elfenbeinernen Kugeln oder $P = 7\frac{1}{2}$ ℔ und $p = 4\frac{1}{2}$ ℔ und die Geschwindigkeiten derselben vor dem Stoße oder $V = 30'$ und $v = 6'$ per Sekunde, wie groß werden die Geschwindigkeiten C und c derselben nach dem Stoße seyn?

Antw. Da in diesem Falle $x = \frac{8}{9}$, so ist:

$$C = \frac{7\frac{1}{2} \times 30 + 4\frac{1}{2} \times 6 - 4\frac{1}{2} \times \frac{8}{9}\,(30 - 6)}{7\frac{1}{2} + 4\frac{1}{2}}$$

$$= 13',083$$

$$c = \frac{7\tfrac{1}{2} \times 30 + 4\tfrac{1}{2} \times 6 + 7\tfrac{1}{2} \times \tfrac{8}{9}\,(30 - 6)}{7\tfrac{1}{2} + 4\tfrac{1}{2}}$$
$$= 34',333.$$

Sind beide Gewichte einander gleich, oder $P = p = 4\tfrac{1}{2}$ ℔, so wird:

$$C = \frac{4\tfrac{1}{2} \times 30 + 4\tfrac{1}{2} \times 6 - 4\tfrac{1}{2} \times \tfrac{8}{9}\,(30 - 6)}{4\tfrac{1}{2} + 4\tfrac{1}{2}}$$
$$= 7{,}444$$

$$c = \frac{4\tfrac{1}{2} \times 30 + 4\tfrac{1}{2} \times 6 + 4\tfrac{1}{2} \times \tfrac{8}{9}\,(30 - 6)}{4\tfrac{1}{2} + 4\tfrac{1}{2}}$$
$$= 28{,}555$$

und wenn der erste Körper vor dem Stoße ohne Bewegung ist $(v = o)$

$$C = \frac{4\tfrac{1}{2} \times 30 - 4\tfrac{1}{2} \times \tfrac{8}{9} \times 30}{4\tfrac{1}{2} + 4\tfrac{1}{2}}$$
$$= 1{,}667$$

$$c = \frac{4\tfrac{1}{2} \times 30 + 4\tfrac{1}{2} \times \tfrac{8}{9} \times 30}{4\tfrac{1}{2} + 4\tfrac{1}{2}}$$
$$= 28{,}333.$$

Auf gleiche Weise können die Geschwindigkeiten berechnet werden, wenn die Körper vollkommen elastisch oder ganz unelastisch sind. Man erhält alsdann folgende Resultate:

	unelast. Körper.	elastische Körper.	elfenbein. Kugeln.
	$C = c$		
I. für $P = 7\tfrac{1}{2}$ ℔, $p = 4\tfrac{1}{2}$ ℔	21′	$C = 12'$	$C = 13{,}083$
$V = 30'$ $v = 6'$		$c = 36'$	$c = 34{,}333$
II. für $P = 4\tfrac{1}{2}$ ℔, $p = 4\tfrac{1}{2}$ ℔	18′	$C = 6'$	$C = 7{,}444$
$V = 30'$ $v = 6''$		$c = 30'$	$c = 28{,}555$
III. für $P = 7\tfrac{1}{2}$ ℔, $p = 4\tfrac{1}{2}$ ℔	18,75′	$C = 7',5$	$C = 8{,}750$
$V = 30'$ $v = 0$		$c = 37{,}5$	$c = 35{,}117$
IV. für $P = 4\tfrac{1}{2}$ ℔, $p = 4\tfrac{1}{2}$ ℔	15′	$C = 0$	$C = 1{,}667$
$V = 30'$ $v = 0.$		$c = 30'$	$c = 28{,}333$

Aus der Vergleichung dieser Tabelle kann man sehen, daß, je elastischer die Körper sind, desto mehr der stoßende Körper verliert und desto mehr der gestoßene Körper an Geschwindigkeit gewinnt.

Stoßen mehrere Körper einander, wovon bloß der letztere in Bewegung vor dem Stoße ist, so wird die Bewegung des ersten nach dem Stoße die größtmögliche seyn, wenn die Gewichte dieser Körper unter sich eine geometrische Progression bilden.



Nr. 16.

Vom spezifischen Gewicht.

Unter spezifischem Gewicht versteht man das verhältnißmäßige Gewicht eines Körpers zu dem eines andern von gleichem Volum, oder von bekannter Dichtigkeit.

Es ist allgemein gebräuchlich, das Gewicht oder die Dichtigkeit des Wassers (wenn es rein und kalt ist) als Einheit anzunehmen, und damit die der andern Körper zu vergleichen, da man überall das Gewicht des Wassers bei gegebenem Volum gleichförmig und genau ausmitteln kann (siehe Nr. 6) und überdies leichte Mittel hat, um das Gewicht irgend eines Körpers mit demjenigen eines gleichen Volums dieser Flüssigkeit aufzufinden.

Anmerk. Bedient man sich englischer Maaße, so hat man den Vortheil, daß das spezif. Gewicht, in Dezimalen ausgedrückt, zugleich das absolute Gewicht des Kubikfußes in Unzen angibt, indem 1 (engl.) Kubik-Fuß Wasser 62½ Pfund oder 1000 Unzen (Handels-Gewicht) wiegt.

Regeln zur Auffindung des spezifischen Gewichts.

1) Ist der Körper schwerer als das Wasser, d. h. sinkt er in demselben unter, so findet man das spezifische Gewicht also:

Man wäge ein beliebiges Stück desselben, an einen Faden gebunden, erst in der Luft, dann im Wasser ab, und dividire die Differenz in dem zuerst gefundenen (absoluten) Gewichte.

Anmerk. Jeder Körper ist nämlich ins Wasser getaucht leichter, weil das Wasser einen Theil seines Gewichtes trägt; und da es gerade so viel trägt, als eine Masse Wasser von gleichem Volum wiegt, so zeigt der Verlust, den der Körper erleidet, genau das Gewicht eines solchen Volums Wasser an.

Beisp. Ein Körper wäge ausser dem Wasser $7\frac{1}{2}$ Loth, und in das Wasser gesenkt $6\frac{3}{4}$ Loth, wie groß ist sein spezif. Gewicht?

Antw. Er verliert hiemit $7\frac{1}{2} - 6\frac{3}{4} = \frac{3}{4}$ Loth.

Das Verhältniß seines spezifischen Gewichtes zu demjenigen des Wassers ist daher wie $7\frac{1}{2} : \frac{3}{4} = 10 : 1$.

Beisp. Wie groß ist das spezif. Gewicht einer Substanz, wenn dasselbe Stück ausser dem Wasser 11 Loth und in demselben $7\frac{1}{4}$ Loth wiegt?

Antw. $11 - 7\frac{1}{4} = 3\frac{3}{4}$.

$$\frac{11}{3\frac{3}{4}} = \frac{44}{51} = 2{,}933.$$

Das spezifische Gewicht ist also 2,933 oder 1 engl. Kubik=Fuß davon wiegt 2933 Unzen oder 183 ℔ 5 Unzen und 1 Kubik=Meter 2933 Kilogramm.

2) Ist der Körper leichter als das Wasser, so daß er darauf schwimmt, so verbinde man einen schwereren mit demselben und verfahre also:

Man wäge sowohl den schweren allein, als auch beide zusammen in und ausser dem Wasser, und berechne den Unterschied des Verlusts. Wie dieser sich zum absoluten Gewichte des zu bestimmenden Körpers verhält, so 1 zu dessen spezifischem Gewicht.

Beisp. Welches ist das spezifische Gewicht einer Holzart, die leichter als Wasser ist?

Man befestige an ein Stück derselben a ein Stückchen Metall b. Ergibt sich nun, daß

a + b ausser dem Wasser 12½ Loth wiegt
in dem „ 6 „
und b allein ausser d. W. 8 „
und „ „ in demselben 7¼ „

so verliert b allein ¾ Loth; beide zusammen aber 6½ Loth.

Die Wasser=Masse, welche a verdrängt, muß also 6½ − ¾ oder 5¾ Loth wägen. Da nun a selbst 12½ − 8 = 4½ Loth wiegt, so findet sich das spezifische Gewicht durch die Proportion:

$5\frac{3}{4} : 4\frac{1}{2} = 1 : x = 0{,}782.$

Ein engl. Kubik=F. dieser Holzart würde hiemit 782 Unz. wägen.

3) Das spezifische Gewicht von andern Flüssigkeiten findet man, wenn man irgend einen (die Flüssigkeit nicht

einsaugenden) Körper erst in der Luft, dann im Wasser und endlich in jener Flüssigkeit abwiegt. Wie sich der Verlust im Wasser zu dem in der Flüssigkeit verhält, so verhält sich das spezif. Gewicht des Wassers oder, zu dem der Flüssigkeit.

Beisp. 1) Ein Körper wäge in der Luft 15 Loth, im Wasser 11 Loth und in einer zu untersuchenden Salzauflösung $9\frac{1}{2}$ L.; so verliert er im ersten 4, in der zweiten $5\frac{1}{2}$ Loth. Das gleiche Volum Wasser muß also 4, und dasselbe der Salzauflösung $5\frac{1}{2}$ Loth schwer seyn. Hiemit:

wie $4 : 5\frac{1}{2}$, so $1{,}000 : x = 1{,}457$,

welches das spezifische Gewicht der Auflösung seyn wird.

2) Ein Körper wäge in der Luft 10 Loth, im Wasser 6 und im Weingeist $6\frac{1}{2}$ Loth, so muß dasselbe Volum Wasser $10 - 6$ oder 4, und dasselbe Volum Weingeist $10 - 6\frac{1}{2}$ oder $3\frac{1}{2}$ Loth wägen. Hiemit

wie $4 : 3\frac{1}{2}$ so $1{,}000 : x = 0{,}875$.

0,875 ist also das spezifische Gewicht des Weingeistes, wenn das Wasser $= 1$.

Anmerk. Das spezifische Gewicht von Mischungen läßt sich nicht mit Sicherheit aus jenem der einzelnen Substanzen voraus berechnen, weil häufig eine chemische Durchdringung statt findet. Es muß daher durch direkte Versuche gefunden werden. Mischt man z. B. einen Kub.-Zoll Blei mit einem Kub.-Zoll Zinn, oder 1 Maaß Schwefelsäure mit einem Maaß Wasser, so erhält das Gemisch nicht die mittlere Dichtigkeit, sondern eine größere, oder ein größeres spezifisches Gewicht; denn das Metallgemisch wird nicht völlig 2 Kub.-Zoll, und die vermischte Säure nicht völlig 2 Maaß ausmachen. So geben gleiche Theile reiner Weingeist von 0,791 und Wasser von 1,900 spezif. Gew. ein Gewicht, dessen spezif. Gew. nicht $\frac{1{,}791}{2}$ oder 0,895, sondern 0,914 beträgt.

Spezifisches Gewicht einiger Substanzen.

	Spezif. Gewicht od. Gewicht von 1 Kub.-Meter in Kil.	Gewicht von 1 franz. Kub.-Fuß in Kil.
1) Metalle.		
Platina-Draht	21040	721,25
gegossen	20857	
geschmiedet	20337	
gediegen	17332	
Gold, rein gehämmert	19362	
gegossen	19258	
gemünzt in holländ. Dukaten	19352	
id. in engl. Guineen	18852	
id. in Napoleons	17553	
Silber, gegossen	10474	359,03
geschmiedet	10510	360,24
gemünzt	10408	356,71
Quecksilber	13598	466,01
Blei, rein	11330	
gepreßt	11388	
Zinn von Cornwallis	7291	249,93
von Malacca	7296	250,10
Wismuth	9822	336,67
Zink (gegossen)	6861	235,07
Kupfer-Draht	8878	304,55
gegossenes	8788	301,23
Messing, gegossenes	8395	288,99
Draht	8544	292,87

	Spezif. Gewicht od. Gewicht von 1 Kub.=Meter in Kil.	Gewicht von 1 franz. Kub.=Fuß in Kil.
Kanonengut	8800	
Gußeisen	7207	247,03
Stabeisen	7788	266,95
Stahl, nicht gehärtet	7833	268,50
gehärtet	7816	267,92
Gußstahl	7920	
2) Holzarten.		
Buchenholz trocken	5474	
grün	9476	
Tannenholz	550	18,85
Rothes Tannenholz	657	22,52
Pappelholz	383	13,14
Eichenholz, Kern	1170	40,07
Stamm und trocken . .	715	
Afrikanisches Eichenholz	1000	
Kiefernholz, trocken	550	
grün	912	
Apfelbaumholz	793	27,18
Birnbaumholz	661	22,66
Mahagonyholz	1060	
Buxbaumholz	1328	45,52
Ebenholz	1209	41,12
Brasilienholz	1031	35,34
Campescheholz	913	31,30
Eschenholz { trocken	550	
Eschenholz { grün	912	

	Spezif. Gewicht oder Gewicht von 1 Kub.-Meter in Kil.	Gewicht von 1 franz. Kub.-Zoll in Kil.
Kirschbaumholz	715	24,51
Nußbaumholz	671	22,99
Weidenholz	585	20,05
Lindenholz	604	20,70
Ulmenholz	671	23,00
Korkholz	240	8,23
3) Brennmaterialien.		
Kohle von Buchenholz	150	
— — Tannenholz	100 — 110	
— — Eichenholz	194	
— — Fichtenholz	157	
Steinkohlen, trockene	1290 — 1636	
magere	1186 — 1512	
fette	1165 — 1465	
Koke	420 — 515	
4) Steine und mineralische Produkte.		
Porphyr	2452 — 2972	
Basalt	2425 — 3000	
Granit	2613 — 2936	
Mühlstein	2483	85,13
Schiefer	2853	97,81
Sandstein	1933	66,26
Tuffstein	914	31,35
Gypsstein	2168	74,31
Kalkstein	2720	

	Spezif. Gewicht oder Gewicht von 1 Kub.-Meter in Kil.	Gewicht von 1 franz. Kub.-Zoll in Kil.
Kalk ätzender	1842	
Kieselerde	2743	
Kreide	2730	
Manganerde	8020	
Thonerde	2200	
Backstein	2000	
Flintglas	3329	114,12
Weißes Glas	2892	99,14
Bouteillenglas	2732	93,66
Fensterglas	2642	90,57
Krystall	2488	85,36
Porzellan { chinesisches	2385	
Porzellan { von Sèvres	2146	
Porzellan { aus Sachsen	2495	
Steinsalz	2143	
Schießpulver	836 — 1745	
5) Animalische Produkte.		
Elfenbein	1917	65,71
Wachs	965	33,05
Butter	942	32,30
Talg	942	32,30
Milch	1032	35,39
6) Vegetabilische Produkte.		
Gerste	1278	
Weizen	1346	

	Spezif. Gewicht oder Gewicht von 1 Kub.-Meter in Kil.	Gewicht von 1 franz. Kub.-Zoll in Kil.
Zucker	1606	
Indigo	1009	
Essig	1013 — 1080	
Wein	991 — 1081	
Alkohol	797 — 835	
Terpentinöl	870	29,81
Olivenöl	916	31,39
Leinöl	940	32,23
Schwefelsäure	1841	63,10
Salpetersäure	1550	53,13
Salzsäure	1194	40,93
Ammoniak	896	30,75
Eis	930	31,36
Wasser	1000	34,28
Seewasser	1026	35,18
Luft	1,30	0,0445
Sauerstoff	1,435	0,049
Stickstoff	1,27	0,043
Kohlensäure, Luft	2,08	0,068
Wasserstoff-Gas	0,089	0,003

Anmerk. Die Angaben weichen in den vorhandenen Tabellen bedeutend von einander ab, obschon man oft in die Genauigkeit der Versuche keinen Zweifel setzen kann. Dies hat aber leicht begreifliche Ursachen.

1) Ist die Dichtigkeit gleich benannter Substanzen oft sehr verschieden, wie z. B. eine Art Kalkstein, Marmor, Granit, Steinkohle u. a. m. merklich schwerer als eine andere ist.

2) Sind Metalle nicht nur nach dem Grade der Reinheit, sondern auch je nachdem sie gegossen, geschlagen, gewalzt oder geprägt sind, von sehr ungleicher Dichtigkeit; selbst aufrechter Guß ist dichter als anderer.

3) Verändert die Feuchtigkeit oft bedeutend die Schwere, besonders bei den Holzarten und einigen Steinen. Sandstein z. B. wird im Wasser um 3—4 pCt. schwerer.

Eben daher ist es nöthig, wenn man das spezifische Gewicht eines Körpers genau kennen will, dasselbe nach obigen Regeln durch besondere Versuche auszumitteln.

Nr. 17.

Berechnung des Gewichtes eines Körpers.

Kennt man das spezifische Gewicht eines Materials, so läßt sich jede gegebene Masse davon berechnen, wenn man zuerst das Volum derselben ausmißt, dann berechnet, wie viel ein solches von Wasser wägen würde, und dieses Gewicht endlich mit dem spezifischen multiplizirt.

Man muß sich also zugleich erinnern, daß

1 rhein. Kub.-Fuß	Wasser	=	$65\frac{1}{2}$	köln. Pf.	
1 franz. „	„	=	73,3	„ „	
1 „ „	„	=	70,024	Pf. Markgew.	
1 berner „	„	=	$51\frac{7}{8}$	„ „	
1 Kub.-Meter	„	=	$2042\frac{7}{8}$	„ „	= 1000 Kil.
1 engl. Kub.-Fuß	„	=	$62\frac{1}{2}$	engl. Pf.	= 28^{k},32.

Beisp. 1) Wie viel wiegt ein Sandstein von 2,23 spezif. Gew. in franz. Pf., dessen Volum $17\frac{3}{8}$ Kub.′ (franz. Maaß) beträgt?

Antw. $17\frac{3}{8} \times 70 = 1217$ ℔.
$1217 \times 2{,}23 = 2714$ ℔.

2) Wie viel wiegt ein eichener Balken von 1,12 spezif. Gewicht, der 9″ im Gevierte hat und 21′ lang ist, rheinl. Maaß?

Antw. $\frac{3}{4} \times \frac{3}{4} \times 21 \times 65\frac{1}{2} \times 1{,}12 = 866\frac{1}{2}$ köln. Pf.

3) Wie viel wiegt 1 englischer □′ einer $\frac{7}{16}$″ dicken Kupferplatte, wenn das spezif. Gewicht des gewalzten Kupfers = 9,1 ist?

Antw. $\frac{1}{12} \times \frac{7}{16} \times 62\frac{1}{2} \times 9{,}1 = 20$ Pf. $11\frac{11}{12}$ Unz.

Bei der Berechnung der Tonnenlast von Schiffen wird als durchschnittliches Gewicht von allem Holzwerke 50 pounds per cub. foot, und von den Masten und Segeln 40 pounds per cub.foot angenommen. *)

---

*) S. J. Edie's calculations on ships of war.

Nr. 18.

Gewichtstafel von laminirten Metallplatten,

in Kilogrammen ausgedrückt.

Dicke in Linien.	Blei.		Zinn.		Zink.	reines Silber.	
	Gewicht eines		Gewicht eines		Gewicht eines	Gewicht eines	
	□′	pouce-pied. *)	□′	pouce-pied.	□′	□′	pouce-pied.
$\frac{1}{24}$	0,125	0,010	0,073	0,006	—	0,105	0,009
$\frac{2}{24}$	0,250	0,021	0,145	0,012	—	0,209	0,017
$\frac{3}{24}$	0,375	0,031	0,218	0,018	—	0,314	0,026
$\frac{4}{24}$	0,500	0,042	0,290	0,024	—	0,418	0,035
$\frac{3}{24}$	0,625	0,052	0,363	0,030	—	0,523	0,044
$\frac{6}{24}$	0,750	0,063	0,455	0,056	0,408	0,627	0,052
$\frac{7}{24}$	0,875	0,073	0,508	0,042	0,476	0,732	0,061
$\frac{8}{24}$	1,000	0,084	0,580	0,048	0,544	0,836	0,070
$\frac{9}{24}$	1,125	0,094	0,653	0,054	0,612	0,941	0,078
$\frac{10}{24}$	1,250	0,104	0,725	0,060	0,634	1,045	0,087
$\frac{11}{24}$	1,375	0,115	0,797	0,066	0,649	1,150	0,096
$\frac{12}{24}$	1,500	0,125	0,870	0,073	0,817	1,254	0,105
$\frac{13}{24}$	1,625	0,135	0,943	0,079	—	1,359	0,113
$\frac{14}{24}$	1,750	0,146	1,015	0,085	0,953	1,464	0,122
$\frac{15}{24}$	1,875	0,156	1,088	0,091	—	1,568	0,131
$\frac{16}{24}$	2,000	0,167	1,160	0,097	1,089	1,673	0,139
$\frac{17}{24}$	2,125	0,177	1,233	0,103	—	1,777	0,148
$\frac{18}{24}$	2,250	0,188	1,305	0,109	1,225	1,882	0,157
$\frac{19}{24}$	2,375	0,198	1,378	0,115	—	1,986	0,166

*) pouce-pied bedeutet ein Riemen von 1′ Länge und 1″ Breite.

Dicke in Linien.	Blei.		Zinn.		Zink.	reines Silber.	
	Gewicht eines		Gewicht eines		Gewicht eines	Gewicht eines	
	□′	pouce-pied.	□′	pouce-pied.	□′	□′	pouce-pied.
$\frac{20}{24}$	2,500	0,208	1,450	0,121	1,371	2,091	0,174
$\frac{21}{24}$	2,625	0,219	1,523	0,127	—	2,195	0,183
$\frac{22}{24}$	2,750	0,229	1,595	0,133	1,497	2,300	0,192
$\frac{23}{24}$	2,875	0,240	1,668	0,139	—	2,404	0,200
1‴	3,000	0,250	1,740	0,145	1,633	2,509	0,209
$1\frac{1}{4}$	3,750	0,313	—	—	—	—	—
$1\frac{1}{2}$	4,500	0,375	—	—	—	—	—
$1\frac{3}{4}$	5,250	0,438	—	—	—	—	—
2	6,000	0,500	3,480	0,290	—	5,018	0,418
$2\frac{1}{2}$	6,750	0,563	—	—	—	—	—
$2\frac{1}{2}$	7,500	0,525	—	—	—	—	—
$2\frac{3}{4}$	8,250	0,688	—	—	—	—	—
3	9,000	0,750	5,220	0,435	—	7,527	0,627
4	12,000	1,000	6,960	0,580	—	—	—
5	15,000	1,250	8,700	0,725	—	—	—

Dicke d. Blätter in Linien.	Eisenblech.		Kupferblech.		Messingblech.	
	Gewicht eines		Gewicht eines		Gewicht eines	
	□′	pouce-pied.	Blattes von 52″ L. u. 42″ Br.	□′	Blattes von 52″ L. u. 42″ Br.	□′
$\frac{1}{24}$	0,077	0,006	—	—	—	—
$\frac{2}{24}$	0,156	0,013	2,510	0,166	2,571	0,170
$\frac{3}{24}$	0,232	0,019	—	—	—	—
$\frac{4}{24}$	0,310	0,025	5,521	6,364	5,141	0,339
$\frac{5}{24}$	0,587	0,032	—	—	—	—
$\frac{6}{24}$	0,465	0,039	8,030	0,530	1,712	0,509

Dicke d. Blätter in Linien.	Eisenblech.		Kupferblech.		Messingblech.	
	Gewicht eines		Gewicht eines		Gewicht eines	
	□′	pouce-pied.	Blattes von 52″ L. u. 42″ Br.	□′	Blattes von 52″ L. u. 42″ Br.	□′
$\frac{7}{24}$	0,542	0,045	—	—	—	—
$\frac{8}{24}$	0,618	0,052	10,540	0,795	10,283	0,678
$\frac{9}{24}$	0,695	0,058	—	—	—	—
$\frac{10}{24}$	0,775	0,064	13,551	0,894	12,854	0,848
$\frac{11}{24}$	0,850	0,071	—	—	—	—
$\frac{12}{24}$	0,927	0,071	16,061	1,059	15,425	1,017
$\frac{13}{24}$	1,004	0,084	—	—	—	—
$\frac{14}{24}$	1,022	0,090	18,570	1,225	17,995	1,187
$\frac{15}{24}$	1,159	0,097	—	—	—	—
$\frac{16}{24}$	1,236	0,103	21,582	1,423	20,566	1,356
$\frac{17}{24}$	1,313	0,109	—	—	—	—
$\frac{18}{24}$	1,390	0,116	24,091	1,589	23,137	1,526
$\frac{19}{24}$	1,468	0,122	—	—	—	—
$\frac{20}{24}$	1,545	0,129	26,601	1,754	25,708	1,695
$\frac{21}{24}$	1,622	0,135	28,106	1,854	—	—
$\frac{22}{24}$	1,700	0,142	29,612	1,954	28,278	1,865
$\frac{23}{24}$	1,777	0,148	—	—	—	—
1	1,854	0,155	32,123	2,118	30,849	2,034
$1\frac{1}{4}$	2,319	0,193	40,153	2,647	38,561	2,542
$1\frac{1}{2}$	2,783	0,232	48,183	3,177	46,273	3,051
$1\frac{3}{4}$	3,248	0,271	56,213	3,606	53,985	3,560
2	3,712	0,309	64,243	4,136	61,697	4,069
$2\frac{1}{4}$	4,177	0,348	—	—	—	—
$2\frac{1}{2}$	4,641	0,387	—	—	—	—
$2\frac{3}{4}$	5,106	0,426	—	—	—	—
3	5,570	0,464	—	—	—	—
4	—	—	—	—	—	—

Nr.	14	des englischen iron guage gibt eine Metalldicke von	$\frac{1}{16}$	engl.	Zoll
„	10	„ „ „	$\frac{1}{8}$	„	„
„	6	„ „ „	$\frac{3}{16}$	„	„
„	3	„ „ „	$\frac{1}{4}$	„	„
„	1	etwas weniger als	$\frac{5}{16}$	„	„



Nr. 19.

Gewichtstafel von runden und quadratischen Eisenstangen.

Von 10′ Länge in Kilogrammen.

Seite der quadratischen, oder Diam. der runden Sektion.	quadratische.	runde.
1‴	0,125	0,09
6‴	4,69	3,75
10‴	13,00	10,00
12‴ = 1″	18,75	14,69
18‴	42,19	32,28
19	47,00	36,13
20	52,06	40
21	57,41	44,06
22	63,00	48,22
23	68,38	52,91
24 = 2″	75,00	58,13
25	81,38	62,50
26	88,00	68,25
27	94,91	73,13
28	102	79,13
29	109,50	84,06
30	117,19	90,75
31	125,13	96,06
32	133,31	102,50
33	141,78	109,69
34	150 50	117,50
35	159,50	119,53
36 = 3″	168,75	132,69

Gewichtstabelle von bleiernen Röhren.

Von 1′ Länge und verschiedener Dicke.

Innerer Diameter.	Dicke.				
	1‴	1½‴	2‴	2½‴	3‴
4‴	0,300	0,50	0,70	1,00	—
6	0,40	0,70	1,0	1,50	—
9	0,60	1,0	1,30	1,70	—
1″	0,80	1,20	1,70	2,10	2,70
1″ 3‴	1,00	1,50	2,10	2,60	3,20
1″ 6‴	1,20	1,80	2,40	3,00	3,80
1″ 9‴	1,30	2,00	2,80	3,50	4,30
2″	1,50	2,30	3,10	4,00	4,90
2″ 6‴	—	—	3,90	4,90	5,50
3″	—	—	4,60	5,80	7,00
3″ 6‴	—	—	5,00	6,70	8,10
4″	—	—	6,00	7,60	9,20

	Kilogramm.
Gewicht von 1 Kub. foot Gußeisen	= 204,10.
„ „ 1 Kub. inch. „	= 0,118.
„ „ 1 Kub. foot Stabeisen	= 220,56.
„ „ 1 Kub. inch.	= 0,128.
„ „ 1 Kub. foot Tannenholz	= 16½
„ „ 1 □ inch 1 foot lang	= 0,1146.
„ „ 1 □ inch. Eichenholz 1 foot lang	= 0,1406.
„ „ 1 Kub. foot afrikan. Eichenholz	= 28½k.
„ „ 1 □ inch 1 foot lang	= 0,1967,

Nr. 20.

Zur Berechnung der Luftballons.

Ein Aerostat oder Luftballon steigt, wenn die eingeschlossene Luft sammt der Hülle ꝛc. leichter ist, als das Volum äusserer Luft, die er verdrängt.

Bei den einen, den Montgolfieren, ist der Ballon mit gewöhnlicher, aber erhitzter Luft gefüllt; bei den sogenannten Charlieren mit Wasserstoffgas, welches aus Eisen und verdünnter Schwefelsäure entwickelt wird.

1 pariser Kub.-Fuß atmosph. Luft wiegt circa $1\frac{2}{5}$ Unz. (franz.)
1 Kub.-Meter. 1,3 Kil.

Die erwärmte Luft des Ballons circa $\frac{2}{3}$ davon, oder $\frac{14}{15}$ Unzen.
1 Kub.-Meter 0,8667 Kil.

Das gemeine Wasserstoffgas circa $\frac{1}{7}$ der atmosph. L. oder $\frac{1}{5}$ Unz.
1 Kub.-Meter 0,1557 Kil.

Die Steigkraft der Luft allein findet man also:

a) Für die Montgolfiere, wenn man das Volum in Kub.-Fuß mit $\frac{7}{15}$ Unzen multiplizirt; (in Metern mit 0,4333).

b) Für die Charliere, wenn man das Volum in Kub.-Fuß mit $\frac{6}{5}$ Unzen multiplizirt; (in Metern mit 1,114 Kil.).

Jene verfertigt man gewöhnlich aus gefirnißter Leinwand, wovon 1 □' etwa 2 Unzen wiegt; diese aus Wachstaffent, wovon 1 □' circa $\frac{3}{4}$ Unzen wiegt. (1 □Met. circa 0,25 Kil.)

Ist der Ballon kugelförmig, so läßt sich bei gegebenem Durchmesser leicht Inhalt und Oberfläche, und hiemit die Steigkraft der Luft und das Gewicht der Hülle finden, und dieses von jener abgezogen, gibt die reine Steigkraft des Ballons.

Beisp. Hat eine Charliere 30′ Diameter, so beträgt (nach früher gegebenen Regeln) die Oberfläche 2828 □′ und der Inhalt 14142 Kub.′

Die Steigkraft der inneren Luft ist also:

14142 × $\frac{6}{5}$ Unzen = 16970 Unzen.

Die Hülle aber wiegt:

2828 × $\frac{3}{4}$ Unzen = 2121 Unzen.

Die reine Steigkraft = 14849 Unzen oder 928 Pf.

Für eine Montgolfiere von 30′ Diam. findet man:

Die Steigkraft der Luft 14142 × $\frac{7}{15}$ = 6598 Unz.

Das Gewicht der Hülle 2828 × 2 = 5655 Unz.

Die Steigkraft also nur . . . . . = 942 Unz. od. 59 Pfd.

Ueberhaupt haben kugelförmige Ballons:

bei einem Durchmesser von	einer Oberfläche von	einen Inhalt von	eine Steigkraft von bei Montg.	eine Steigkraft von bei Charl.
5′	78 □′	65 K.′	— 8 ℔	$1\frac{1}{3}$ ℔
10′	314 „	523 „	— 24 „	$24\frac{1}{2}$ „
20′	1257 „	4190 „	— 33 „	255 „
30′	2828 „	14142 „	+ 59 „	926 „
40′	5028 „	33723 „	349 „	2276 „
50′	7857 „	65476 „	927 „	4542 „
60′	11314 „	113142 „	1885 „	7955 „
70′	15400 „	179666 „	3315 „	12753 „
80′	20114 „	268191 „	5308 „	19546 „

Anmerk. Die Last, die ein Ballon mitnehmen kann, ist jedoch bei weitem nicht so groß; denn: 1) ist zur Hülle noch das Gewicht der Seile ꝛc. zu addiren; 2) wird die Luft in einer Montgolfiere allmählig kälter; 3) darf eine Charliere lange nicht ganz gefüllt werden, weil sie sich, je höher sie steigt, immer mehr ausdehnt, da der äussere Luftdruck abnimmt.

In einer Höhe von 18000′ ist die atmosph. Luft und also auch die im Ballon eingeschlossene, nur halb so dicht; daher die Steigkraft von 1 Kub.=Fuß Luft in einer Montgolfiere nur $\frac{7}{10} - \frac{7}{15} = \frac{7}{30}$ Unzen, und in einer Charliere bloß $\frac{7}{10} - \frac{1}{10} = \frac{3}{5}$ Unzen beträgt. Eine Charliere von 30 Fuß Diameter hat daher in dieser Höhe eine Steigkraft von 8485 Unzen und nach Abzug ihrer Hülle nur 8485 — 5121 = 6364 Unzen oder kaum 400 ℔ anstatt 926 ℔. Und nicht größer wird auch die Tragkraft gleich anfangs seyn können, weil man den Ballon nur zur Hälfte füllen darf, wenn man bis zu jener Höhe kein Gas will entweichen lassen, und keine zu große Spannung befürchtet. Immerhin muß die Last der Tragkraft stets ziemlich gleich kommen, damit das Steigen nicht mit zu großer Geschwindigkeit statt habe.

Nr. 21.

Von der Stärke der Materialien.

Für jeden Mechaniker ist die Kenntniß von der Stärke oder Festigkeit der Materialien, aus denen er die einzelnen Theile der Maschinen zu verfertigen hat, eine Sache von größter Wichtigkeit; und eben so nothwendig ist sie für den Baumeister und andere Künstler. Denn dadurch wird er in den Stand gesetzt, jedem Theile die erforderliche Stärke zu geben, und dennoch einen übermäßigen Aufwand von Material vermeiden zu können.

Viele Physiker und Mechaniker haben sich auch mit sorgfältigen Versuchen zur genauen Bestimmung dieser verschiedenen Festigkeit, Zähigkeit oder Stärke abgegeben; und solche waren um so nöthiger, da sich dieselbe keineswegs aus andern Eigenschaften vorausbestimmen läßt. Sie richtet sich z. B. weder nach dem spezifischen Gewichte, noch nach der Schmelzbarkeit, noch nach der Ausdehnbarkeit der Körper durch die Wärme u. s. w. Sie gründet sich ohne Zweifel auf einen eigenthümlichen Zusammenhang der Körpertheilchen, oder eine verschiedene Kraft der Cohäsion, läßt sich aber nur durch Versuche ausmitteln. Zugleich scheinen so manche, oft unbekannte Umstände auf diese Cohäsion einzuwirken, daß deßhalb auch die sorgfältigsten Versuche

bis dahin ziemlich abweichende Resultate gaben. Daraus folgt indessen nur, daß es in der Regel rathsam ist, in der Anwendung auf einen weit geringern Grad der Stärke zu rechnen, als die Versuche angeben; diese bleiben aber nicht minder nützlich und verdienstlich.

Zu den werthvollsten Erfahrungen gehören folgende:

I. Senkrechter Widerstand. (Rückwirkende Festigkeit.)

a) Rennie's Versuche über die Kraft, durch welche eiserne Würfel zerquetscht werden.

Ein ¼zölliger Würfel (dessen Seite = ¼″) wurde zerquetscht:

bei Eisen aus einem großen Guß	9774 Pf.
„ „ aus e. kleinen Stange von liegendem Guß	10114 „
„ „ aus stehendem Guß	11136 „

⅛zöllige Würfel (die also 8mal kleiner waren) erforderten etwas mehr als ⅛ dieses Drucks.

b) Rennie's Versuche über die Kraft, welche Würfel von 1″ Seite zerquetschte.

Englisches Eichenholz	3860 ℔.
Weißtannenholz	1928 „
Amerikanisches Fichtenholz	1606 „
Ulmenholz	1284 „

c) Rennie's Versuche über die Kraft, welche es erfordert, um 1½zöllige steinerne Würfel zu zerquetschen.

	Spezifisches Gewicht.	Zerdrückende Gewichte.
Kreide		1127 ℔.
Blaßrother Ziegelstein	2,085	1265 „
Rother Backstein	2,168	1818 „
Gebrannter Ziegel		3243 „
Stourbridge Ziegel		3864 „
Rother Sandstein	2,316	7070 „
Pflasterstein von Yorkshire	2,507	12856 „
Compakter Kalkstein	2,584	17354 „
Weißer italienischer Marmor	2,726	21783 „
Granit von Aberdeen	2,625	24556 „

Alle diese Körper dürfen jedoch nur mit dem 5ten oder 6ten Theile der hier angegebenen Gewichte beschwert werden.

II. Longitudinalstärke oder absolute Kraft.

d) Nach Telford's Versuchen wurden Eisenstangen von 1 □ inch Sektion durch ein Gewicht von 27 — 31 tons = 60,000 — 70,000 ℔. zerrissen.

Nach Brunel zerreißt das beste Stabeisen von derselben Sektion bei 52 tons = 71,680 ℔.

Nach Versuchen, die in Rußland angestellt worden sind, trägt das beste Stabeisen 26 tons = 58,240 ℔, das schlechteste bloß 14 tons = 31,360 ℔.

e) Rennie's Versuche über die Kraft, durch welche ¼zöllige (also $\frac{1}{16}$ □″ dicke) Stangen zerrissen werden.

Gußeisen		riß	durch	1894	℔.
Gußstahl		„	„	8390	„
Schwedisches Stabeisen		„	„	4500	„
Englisches	„	„	„	3490	„
Gehämmertes Kupfer		„	„	2270	„
Gegossenes	„	„	„	1192	„
„	Zinn	„	„	296	„
„	Blei	„	„	114	„

f) Navier fand die absolute Festigkeit von Stangen von 1 □Millimeter nach vielen Versuchen durchschnittlich:

Für Eisenblech in der Richtung des Walzens . =	40,8	Kil.
id. senkrecht auf diese Richtung	36,4	„
Für gewalztes Kupferblech	21,1	„
id. Blei	1,35	„
Für Glas	2,44	„

Das Eisen behält ferner nach Navier seine Elastizität beinahe bis auf ⅔ des Gewichtes, welches dasselbe zerreißt, das Kupfer bis zur Hälfte und das Blei bis etwas über die Hälfte dieses Gewichtes.

Um also jede Ausdehnung zu vermeiden, darf das Eisen höchstens mit ⅔, das Kupfer und das Blei mit der Hälfte der obigen Gewichte belastet werden.

g) Barlow's Versuche geben folgende durchschnittliche Resultate:

	Spezifische Gewichte.	Zerreißende Gewichte per □ inch.
		in engl. Pfunden.
Tannenholz	0,58	11550
	0,60	12915
Buchenholz	0,70	11466
Eichenholz	0,77	9177
	0,92	11590
Eschenholz	0,60	16947
Teak	0,86	15090

b) Stärke von Eisen- und Messingdrähten nach Dufour, aus den Fabriken von la Ferrière und St. Gingolf.

	Dicke in Mill.	Absolute Stärke.	Stärke auf 1 □ Mill.
Eisendraht			
Nr. 4. von F.	0,83	48 Kil.	84,4 Kil.
„ G.	—	38,5 „	67,7 „
Nr. 13. „ F.	1,90	196 „	69,1 „
„ G.	—	178 „	62,8 „
Nr. 17. „ F.	2,75	382 „	64,3 „
„ G.	—	349 „	59,4 „
Nr. 19. „ F.	3,70	776 „	72,2 „
„ G.	—	644 „	59,9 „
Messingdraht	0,89	48,5 „	85,2 „
„	1,90	150 „	54,5 „

Durch Glühen verlieren sie über die Hälfte ihrer Stärke.

i) Stärke der Seile.

Nach Eytelwein riß ein gutes hänfenes Seil von 1 □″ Querschnitt durch 10,800 ℔. Englische Versuche geben bei starken Tauen nur 5400 ℔ auf 1 □″ (Emerson an 19,000 ℔).

Bei den so abweichenden Angaben von der absoluten Festigkeit der Materialien, und da manche Umstände sogar sie verändern, läßt sich an keine genaue Berechnung denken; und um sicher zu gehen, wird man einem Seile z. B. kaum $\frac{1}{3}$ desjenigen Gewichts zu tragen geben, welches das Maximum seiner Festigkeit bezeichnet.

Annähernd mag der erforderliche Durchmesser d eines Kettengliedes, einer cylindrischen Stange und eines Seiles für eine gegebene Last L sich also in Zollen bestimmen lassen:

$$d = \sqrt{\frac{14\ L}{11\ K}}$$ für die Stärke der Kettenschalen,

$$d = \sqrt{\frac{28\ L}{11\ K}}$$ für metallene Stangen,

$$d = \sqrt{\frac{42\ L}{11\ K}}$$ für hänfene Seile,

wenn K die absolute Festigkeit für 1 □″ Querschnitt in köln. Pfund ausdrückt.

Beisp. Wie dick muß ein Seil seyn, um 400 Pf. zu tragen, wenn die absolute Festigkeit (K) zu 9000 Pf. angenommen wird?

$$d = \sqrt{\frac{42 \cdot 400}{11 \cdot 9000}} = \sqrt{\frac{16800}{99000}} = \sqrt{0{,}16} = 0{,}4'' = \tfrac{2}{5}\ \text{Zoll}.$$

Wie dick muß eine geschmiedete Kette seyn, welche mit Sicherheit 6000 ℔ tragen kann, wenn für Schmiedeeisen $K = 70000$ ist?

$$d = \sqrt{\frac{14 \cdot 6000}{11 \cdot 70000}} = \sqrt{\frac{84}{770}} = \sqrt{0,109} = 0,33'' \text{ oder } 4'''.$$

Tredgold gibt an: Um die Tragkraft eines Hanfseiles in englischen Pf. zu finden, soll man das Quadrat des Umfangs in Zollen mit 200, und bei Kabeltauen mit 120 multipliziren. — Der Umfang des obigen Seiles = 1,3″, davon das Quadrat 1,7; die Last also 340 engl. Pf.

---

k) Vergleichung der absoluten Festigkeit der Patentketten von Brunton (S. Fig. 36.) mit hänfenen Seilen. *)

Patentketten.		Hänfene Seile	Gewichte.	
Diam.	⅞″	9″	12	tons
„	1″	10″	18	„
„	1⅛	11″	26	„
„	1¼	11″	32	„
„	1⅜	14 à 15″	38	„
„	1½	16″	44	„
„	1¾	18″	60	„
„	2″	22 . 24″	80	„

Mit den Gewichten sind diese Ketten und Seile geprüft worden. Letztere zerreißen bei diesem Gewichte, erstere erfordern aber dazu eine doppelt so große Last.

*) S. Observationes on chain cables by Brunton, Middleton and Ce. 1835.

Da jedoch die Festigkeit eines Körpers bei der geringsten bleibenden Ausdehung leidet, so ist es vortheilhaft, diese Ketten bloß mit einer Last zu prüfen, welche dieselben bei ihrem Gebrauche auf Schiffen, Lagerplätzen rc. zu erleiden haben. Zufolge dieser Tabelle werden daher Patentketten von $\frac{3}{4}$'' Diam. ungefähr $2\frac{1}{4}$mal und solche von 2'' Diam. ungefähr 2mal so viel wiegen als hänfene Seile von derselben Stärke.

III. Transversale (oder respective) Festigkeit.

1) Versuche mit gußeisenen Stangen, welche in der Mitte ihrer Länge zwischen zwei Stützpunkten, deren Entfernung 2' 8'' und 1' 4'' beträgt, belastet werden.

Stange von 1 □'' flach aufgelegt bei 2' 8'' Abstand riß durch		1086 ℔.
„ „ „ bei 1' 4'' Abstand		2320 „
„ „ wie □ aufgelegt bei	2'8''	851 „
„ „ „	1'4''	1587 „
„ „ 3'' Höhe $\frac{1}{3}$'' Breite	1'4''	6857 „
„ „ „ „ „ „	2'8''	3588 „
Dreiseitige Stange von 1 □'' Sektion		
△ aufgelegt	2'8''	1437 „
▽ „	2'8''	840 „
△ „	1'4''	3060 „
▽ „	1'4''	1656 „

Schneidet man von der untern Kante prismatischer Stangen etwas ab, so tragen sie (sonderbar genug) etwas mehr. *)

---

*) S. Nicholson's prakt. Mechaniker pag. 209.

m) Versuche mit gußeisernen Stangen von 1 □″ Sektion bei einer Entfernung zwischen den Stützpunkten von 5 feet

	Gewicht der Stange.	Gew., welches dieselbe zerbricht.
in einem Windofen gegossen	9 ℔.	963 ℔.
in einem Cupoloofen gegossen	9 ℔.	864 ℔.
eine Stange von denselben Dimensionen in der Mitte, deren Höhe aber nach den beiden Stützpunkten zu in Form einer Parabel vermindert	6 ℔. 3 onz.	874 ℔.

Sie bogen sich alle ungefähr 1 Zoll, bevor sie brachen.

n) Barlow's Versuche mit Ziegeln von 4 inches breit, 2 inches hoch und 8″ Distanz zwischen den Stützpunkten.

Ein alter Ziegel von gewöhnl. Qualität brach durch .	343 ℔.
Ein neuer Ziegel brach durch	403 „
Ein Ziegel von bester Qualität brach durch . . .	444 „

o) Barlow's Versuche mit verschiedenen krummen Hölzern.*)

Die Sektion aller dieser Hölzer war 2 □inches.

Die Distanz zwischen den beiden Stützpunkten war 5 feet, und die Gewichte wurden in der Mitte der Hölzer aufgesetzt.

*) Diese werden in den englischen Dock-yards allgemein mit dem Namen Compass timber bezeichnet.

	I.	II.	III.	IV.	V.
	Ursprüngliche Kurbe.	Spezif. Gew.	Aufgelegte Gewichte.	Letzte Beugung	Relative Stärke.
			℔		℔
1. Natürlich krumme Hölzer	a) 6″	804	680	4″	5250
	a) 8″	820	764	8″	6016
	b) 6″	822	768	4″	6400
	b) 8″	874	762	5″	6630
2. Krumm geschnitten mit der Säge .	a) 7½″	960	585	4½″	4643
	a) 8½″	830	568	6½″	4489
	b) 7½″	938	546	2½″	4549
	b) 8½″	840	550	1½″	4583
3. Künstl. gebogen aber ohne Sägeschnitt	a) 7½″	798	667	6½″	5257
	b) 7½″	810	617	5½″	5413
4. Mit Sägeschn. geb. aber ohne Keile.	a) 8½	886	517	10½	—
	b) 8½	856	517	6½	—
5. Mit Sägeschn. geb. mit quadrat. Keilen.	a) 8½	754	712	10½	5698
	b) 8½	732	669	5½	5880
6. Mit Sägeschn. geb. u. mit cylindr. Keilen	a) 6″	873	717	11″	5789
	b) 6″	873	762	7″	6629

Anmerk. 1. Die in Col. III. angegebenen Gewichte sind die, welche die verschiedenen Hölzer gebrochen haben.

2. Die mit a) bezeichneten Hölzer wurden so aufgelegt, daß die konkave Seite unten zu liegen kam, und die mit b) bezeichneten so, daß die konvexe Seite unten zu liegen kam. Aus der Colonne V. ersieht man, daß in den meisten Fällen die relative Stärke bei letztern größer ist, als bei erstern.

3. Die in Nr. 4, 5, 6 angeführten Hölzer wurden nach dem Plane von Mr. Hookey, Schiffsbaumeister in Woolwich, gebogen. Diese Methode besteht darin, daß man an einem Ende des zu biegenden Holzes, oder an beiden Enden senkrecht auf die Richtung, in welcher das Holz gebogen werden soll, ein oder

mehrere feine Sägeschnitte macht, dasselbe dann kocht, und zwar so viel Stunden lang, als die Dicke des Holzes in Zollen beträgt, und endlich demselben vermittelst eines Apparats mit Preßschrauben die erforderliche Krümmung gibt. Bei den in Nr. 5 angegebenen Hölzern werden die Theile, welche durch die Sägeschnitte entstanden sind, wieder fest mit einander durch viereckige Stückchen Eichenholz verbunden. (S. Fig. 34.) Bei den in Nr. 6 bezeichneten geschieht hingegen diese Vereinigung vermittelst runder kupferner Bolzen. (S. Fig. 35.)

Aus Col. V ersieht man, daß die nach dieser einfachen Methode gebogenen Hölzer, und besonders die in Nr. 6 angegebenen, an Stärke wenig den Hölzern nachstehen, welche natürlich gebogen und meistens sehr kostbar sind.



Nr. 21.

Barlow's Regeln über die Transversalstärke von hölzernen Balken. *)

(In englischen Maaßen.)

Liegt ein Balken an beiden Enden auf und wird er in der Mitte belastet, so biegt er sich zuerst; bricht aber zuletzt, wenn die Last verstärkt wird.

Nennt man Breite die aufliegende Seite eines rechtwinkligen Balkens, und Höhe die vertikal stehende Seite, so zeigt die Erfahrung, daß bei sonst gleichen Umständen:

Balken von gleicher Länge im einf. Verhältniß der Breite
" " " Quadr. " der Höhe

stärker sind. Oder:

$$k : K = \frac{b \cdot h}{l} : \frac{B \, . \, H}{L}$$

Barlow gibt nun folgende Tafel für die relative Transversalstärke der Bauhölzer an:

Englisches Eichenholz . .	1426	Pechtanne	1632
Canadisches " . .	1766	Föhre	1100
Eschenholz	2026	Lärche	1127
Buchenholz	1556	Rothtanne	1341
Ulmenholz	1013		

und folgende Regeln zur Berechnung:

*) Barlow of the Strength of Timber.

A. Wenn der Balken an einem Ende befestigt und am andern belastet ist.

Man multiplizire die Zahl der Tafel mit der Breite und dem Quadrat der Höhe des Balkens (in Zollen), und dividire das Produkt durch die Länge (in Zollen).

Beisp. 1) Welche Last wird einen föhrenen Balken brechen können, der 2″ breit, 6″ hoch und 20′ lang ist?

Antw. $\frac{1100 \times 36 \times 2}{240} = 330$ ℔.

2) Welches Gewicht bricht einen Balken von Eschenholz, 7″ hoch und 7″ breit und 3′ lang?

Antw. $\frac{2026 \times 7 \times 7^2}{36} = 19303$ ℔.

B. Wenn der Balken an beiden Enden aufliegt, und in der Mitte belastet wird.

Man multiplizire die Zahl in der Tafel mit der 4fachen Breite und dem Quadrat der Höhe (in Zollen) und dividire durch die Länge.

Beisp. 3) Welche Last wird einen Balken von englischem Eichenholz brechen, der 7″ breit, 9″ hoch und 30′ lang ist? (zwischen beiden Auflagen).

Antw. $\frac{1426 \times 81 \times 28}{360} = 8989$ ℔.

Anmerk. Ist die Last auf der ganzen Länge gleichförmig vertheilt, so kann der Balken eine doppelte Last tragen.
Eine Stange von den obigen Dimensionen; welche 4500 ℔ wöge; würde daher vermöge ihres eigenen Gewichts brechen.

Für die Praxis räth Brunton, die durch die Regel gefundene mögliche Last auf $\frac{2}{3}$ derselben zu beschränken. *)

Anmerk. Da der Druck, welchen eine Last auf einen gewissen Punkt eines Körpers ausübt, im Verhältnisse ist mit der Distanz zwischen demselben und dem Aufhängungspunkte des Gewichtes, so folgt hieraus, daß eine Stange, welche in allen Punkten ihrer Länge den nämlichen Widerstand leisten soll, nicht überall dieselbe Sektion zu haben braucht.

Die durch obige Regeln aufgefundenen Dimensionen beziehen sich auf die Sektion, welche den größten Widerstand zu leisten hat.

Die Sektion von 2″ Breite und 6″ Höhe hat z. B. der Balken in Beispiel 1 bloß in dem Punkte zu haben nöthig, wo derselbe eingemauert ist, da derselbe am weitesten von dem Belastungspunkte entfernt ist. In der Mitte seiner Länge oder 10′ von der Last entfernt, braucht seine Sektion bloß halb so viel Widerstand zu leisten, oder bei 6″ Höhe 1″ Breite zu haben, und bei einer Entfernung von 15′ = $\frac{3}{4}$ seiner Länge bloß $\frac{1}{4}$ dieses Widerstandes, oder bei 6″ Höhe $\frac{1}{2}$″ Breite, oder bei 3″ Höhe 2″ Breite zu haben. Bei gleicher Breite wird daher ein Körper, welcher überall denselben Widerstand leisten soll, in der Richtung der Höhe die Form einer Parabel, und bei gleicher Höhe hingegen in der Richtung der Breite die Form eines Dreieckes erhalten müssen, dessen Scheitel am Punkte ist, wo die Last angebracht wird.

Die Sektion von 9″ Höhe und 7″ Breite braucht ferner der Balken in Beispiel 3. bloß in der Mitte seiner Länge oder in dem Punkte, wo das Gewicht aufgehängt wird, zu haben. Die beiden Enden des Balkens haben hingegen bloß die halbe Stärke zu leisten und daher eine Sektion von 9″ Höhe und $3\frac{1}{2}$″ Breite, oder von $4\frac{1}{2}$″ Höhe und 14″ Breite nöthig.

Im Falle die Last auf der ganzen Länge dieses Balkens gleichförmig vertheilt ist, würde die erforderliche Sektion in der Mitte

*) S. Brunton's Compendium. S. 92.

9″ Höhe und 5½″ Breite
und diejenige an den beiden Enden
4½″ Höhe und 7″ Breite haben müssen.

Indem man auf diese Art einem Körper auf seiner ganzen Länge dieselbe Stärke gibt, vermindert man das Material und das Gewicht derselben bedeutend, wovon auch der Versuch m, pag. 168 ein Beispiel gibt.

Bei gleichem Gewicht und gleicher Länge trägt eine hohle Stange weit mehr, als eine dichte (oder massive), denn der Durchmesser gilt für die Höhe.

Will man finden, wie dick ein hohler Cylinder b von gegebenem Durchmesser seyn muß, damit er so stark als ein massiver a sey, so dividire man die Kubikzahl des Diameters a durch die dreifache Quadratzahl des Diameters b.

Beisp. Wie dick muß ein hohler Cylinder von Eisen gegossen seyn, damit er so stark als ein massiver sey, wenn jener 6″, dieser 3″ Diam. hat?

Antw. $\frac{3^3}{3 \times 6^2} = \frac{27}{3 \times 36} = \frac{27}{108} = \frac{1}{4}.$ *)

Der hohle wäre aber viel leichter.

Aus Obigem folgt ferner, daß ähnliche und aus gleichem Material gebaute Maschinen relativ fester sind, je kleiner sie sind, denn das Gewicht der Theile verhält sich, wie die Kuben

*) Ein genaueres Resultat würde man durch die Vergleichung der Formeln III. und IV. pag. 79 2tes Bändchen erhalten. Hohle Eisenstangen liefert die große Fabrik von Gaudillot frères in Besançon.

der Lineardimensionen, die Stärke wie die Quadrate derselben. Oder ist die Maschine A nach einem 3mal kleinern Maaßstabe, als die Maschine B gebaut, so ist jeder Theil 27mal leichter, aber nur 9mal schwächer, da die Verkürzung der Stücke die transversale Stärke vermehrt.

Weiß man, wie viel ein Balken oder Cylinder von bekannten Dimensionen trägt (oder wenn k, l, h und b bekannt sind), so läßt sich für einen andern K aus den gegebenen Größen L, H und B finden. Es ist nämlich

für jeden Balken $K = \frac{l \cdot k}{b \cdot d^2} \times \frac{B D^2}{L}$ und

für den Cylinder $K = \frac{l \cdot k}{d^3} \times \frac{D^3}{L}$

Beisp. Wenn ein Cylinder von Fichtenholz 7′ lang und 1″ dick 100 ℔ trägt, wie viel trägt ein anderer, der 8′ lang und 9″ dick ist?

Antw. $H = \frac{100 \times 7' \times 9'' \times 9'' \times 9''}{8' \times 1'' \times 1'' \times 1''} = 63800$ ℔.

Nr. 23.

Tredgold's Regeln zur Berechnung der Stärke gußeiserner Bäume.

---

1) Will man die Breite einer, an beiden Enden aufliegenden Gußeisenstange finden, um eine gegebene Last zu tragen, die in der Mitte drückt —

so multiplizire man den Abstand oder die Länge der Stange in Fußen mit der Last (in Pfunden) und dividire das Produkt durch 850mal das Quadrat der Dicke in Zollen. Der Quotient ist die gesuchte Breite in Zollen.

Beisp. Wie breit muß ein gußeiserner Balken seyn, um 13 Tonnen zu tragen, wenn er 20′ lang und 15″ dick (hoch) ist?

Antw. 13 Tonnen $= 13 \times 2240$ ℔ $= 29120$ ℔.

$15^2 = 225$

Also $\frac{29120 \times 20}{225 \times 850} = 3{,}045''$ breit.

2) Will man die Dicke (oder Höhe) der Stange finden, wenn Länge, Breite und Last gegeben sind —

so multiplizire man die tragende Länge in Fußen mit der Last, dividire das Produkt durch 850mal die Breite und ziehe

aus dem Quotienten die Quadratwurzel. Diese wird die gesuchte Dicke in Zollen seyn. *)

Beisp. Wie dick muß eine Stange seyn, um 15 Tonnen zu tragen, wenn die Breite = 3″ ist und die Länge 20′?

Antw. $\frac{29120 \times 20}{850 \times 3} = 225$

und $\sqrt{225} = 15$. Also 15″ dick.

3) Begehrt man, daß die Breite zur Dicke ein bestimmtes Verhältniß habe, so verfahre man also:

Gesetzt, die Breite soll $\frac{1}{3}$ der Dicke betragen, so multiplizire man 3mal die Länge der Stange mit der Last, dividire das Produkt durch 850 und ziehe die Kubikwurzel aus. So findet sich die Dicke; und $\frac{1}{3}$ derselben gibt die Breite.

Beisp. Wie breit und dick muß eine 30′ lange Stange seyn, die 10 Tonnen (in ihrer Mitte) zu tragen hat, wenn sie 2mal dicker als breit seyn soll?

Antw. 10 Tonnen = 22400 ℔.

Die Breite = ½ Dicke.

2 × 30 = 60.

---

*) $b = \frac{Gl}{850 . d^2}$

$850\ b . d^2 = Gl$

$d^2 = \frac{Gl}{805\ b}$

$d = \sqrt{\frac{Gl}{850\ b}}$

und $\frac{60 \times 22400}{850} = 1581.$

$\sqrt[3]{1581} = 11\frac{1}{2}.$

Also muß die Stange 11½″ dick und 5¼″ breit seyn.

4) Hat die Stange eine *schiefe* Lage, so bleiben obige Regeln dieselben; nur nehme man den wagerechten Abstand zwischen den Auflagen für die Länge der Stange.

5) Liegt die *Last nicht in der Mitte auf*, so multiplizire man den kürzeren Abstand mit dem längeren, und dividire das 4fache Produkt durch die ganze Länge. Was sich ergibt, wird nun statt der Länge bei der Berechnung angenommen, die nach den drei ersten Regeln vollzogen wird.

Beisp. Wie breit muß ein 12′ langer und 11¼″ dicker Eisenbalken seyn, um 15 Tonnen zu tragen, die 3′ von dem einen Ende aufliegen?

Antw. Der kürzere Abstand = 3′; der längere = 9′.

$$3 \times 9 = 27, \quad 4 \times 27 = 108. \quad \frac{107}{12} = 9.$$

9′ kommen hiemit als Länge in die Rechnung, die nach Regel 1. also angenommen wird:

$$\frac{33600 \times 9}{850 \times (11\frac{1}{4})^2} = \frac{33600 \times 9}{850 \times 126\frac{1}{2}} = 2\ \frac{22''}{27.}$$

6) Wenn die Last auf dem ganzen Balken *gleichförmig vertheilt* ist, so bedenke man, daß ein solcher dann doppelt so viel als in den obigen Fällen tragen kann. Man kann daher

bei der Rechnung ganz wie vorhin verfahren, wenn man die Hälfte der wirklichen Last als Last in die Rechnung bringt.

7) Ist die Stange an einem Ende befestigt, und trägt das andere die Last, so gelten die gleichen Regeln, nur setze man als Divisor 212 statt der Zahl 850.

Auf diese Weise läßt sich die erforderliche Stärke der Zähne an Rädern berechnen.

8) Will man den Durchmesser eines massiven cylindrischen Baumes finden, der stark genug seyn soll, um ein in der Mitte aufliegendes Gewicht zu tragen —

so multiplizire man das Gewicht in Pfunden mit der Länge des Baumes (in Fußen), dividire das Produkt durch 500 und ziehe die Kubikwurzel aus. Diese gibt den Durchmesser in Zollen.

9) Wenn die Last nicht in der Mitte aufliegt, so multiplizire man den kürzeren Abstand mit dem längeren, und das Produkt mit dem 4fachen Gewicht der Last in Pfunden. Dieses Produkt dividire man sodann durch 500mal die ganze Länge in Fußen und ziehe wieder die Kubikwurzel aus dem Quotienten. Diese gibt den gesuchten Durchmesser in Zollen.

NB. Alles Obige bezieht sich auf englische Maaße. Viel mehreres noch findet sich in Tredgold's Werk über die Stärke des Eisens.

Nr. 24.

Von Räderwerken.

Unter Räderwerk begreift man eine Zusammenstellung von Rädern, welche sich an verschiedenen Achsen befinden, doch so mit einander in Verbindung stehen, daß durch die Umdrehung des einen Rades diejenige aller übrigen Räder ebenfalls geschieht. Diese Mittheilung der Bewegung kann noch durch andere Mittel, z. B. durch Seile ohne Ende, geschehen; indessen sind die Räderwerke ein besonders sicheres und in vielen Fällen vortheilhaftes Mittel, und besonders da anzuwenden, wo eine genaue Bewegung statt haben (wie in Uhrwerken) oder wo eine große Kraft fortgepflanzt werden muß.

Zwei an der gleichen Welle sitzende Räder machen in derselben Zeit gleich viel Umgänge, welchen Diameter sie auch haben mögen; die Umfangsgeschwindigkeiten verhalten sich aber wie die Halbmesser oder Durchmesser.

Unter dem Durchmesser eines Rades versteht man denjenigen des Berührungskreises p c x (Fig. 37.) oder Theilkreises, auf welchem die Zähne eingetheilt werden. Dieser Berührungskreis (cercle primitif, pitch line) liegt immer zwischen dem äußersten Kreise des Rades und dem Kranze. Unter Schrift (engl. pitch, franz. denture) versteht man die Stärke n o eines Zahnes nebst dessen Lücke o p oder den Bogen x des Theilkreises von der Mitte eines Zahnes bis zur Mitte des nächstfolgenden.

Zwei ineinandergreifende Räder an verschiedenen Wellen haben hingegen gleiche Umfangsgeschwindigkeit; die Zahl der **Umgänge** verhält sich aber umgekehrt wie die Durchmesser, oder umgekehrt wie die Zahl der Zähne, da diese dem Durchmesser proportional seyn muß.

Hat das Rad A 24 Zähne und B 6, so macht dieses 4mal mehr Umgänge.

Haben beide gleich viel Zähne, so ist auch die Zahl der Umgänge gleich und nur die Bewegung derselben in entgegengesetzter Richtung.

Greift A in B und B in C, so hat B keinen Einfluß auf das Geschwindigkeitsverhältniß von A : C; hat A 8mal so viel Zähne als C, so macht C 8mal so viel Umgänge; B dient nur zur mittelbaren Verbindung, und macht ausserdem, daß C sich nun in derselben Richtung wie A dreht.

Bei allen Räderwerken hat man die treibenden und die getriebenen Räder wohl zu unterscheiden, obschon man gewöhnlich die kleineren Getriebe nennt.

Bei den Räderwerken hat man vornehmlich das Verhältniß der Geschwindigkeiten und der Kraft zur Last zu bestimmen.

Bei dem Räderwerke (Fig. 38.) ist das Verhältniß der Kraft K zu L (für den Zustand der Ruhe und ohne Rücksicht auf Reibung) wie das Produkt der Halbmesser von a, b und c zu dem der Halbmesser A, B, C.

Bei den gezahnten Rädern a, b, c, A, B und C setze man die Zahl der Zähne statt der Halbmesser.

Man hat also:

$$K : L = a \cdot b \cdot c : A \cdot B \cdot C.$$

$$\text{und } K = \frac{a \cdot b \cdot c}{A \cdot B \cdot C} \times L.$$

$$L = \frac{A \cdot B \cdot C}{a \cdot b \cdot c} \times K.$$

Beisp. Eine Last L von 300 Pf. soll vermittelst der Welle c von 4″ Rad. gehoben werden. Die Getriebe a und b haben jedes 6 Stöcke, B 24 und C 30 Zähne; wie viel Kraft muß an der Kurbel angebracht werden, deren Länge (Radius) 18″ ist?

Antw. $\frac{6 \cdot 6 \cdot 4}{18 \cdot 24 \cdot 30} \times 300 = 3{,}33$ ℔.

Die Umfangsgeschwindigkeiten verhalten sich umgekehrt wie K : L, d. h. während L 3⅓ steigt, macht die Hand an der Kurbel einen Weg von 300′.

Wirkt an der Welle c die Kraft und befände sich die Last an dem Rade A, so müßte sich die Kraft zur Last wie 300 : 3⅓ verhalten, und die Last bewegte sich 90mal schneller.

Nach Eytelwein vermindere man, um der Friktion Rechnung zu tragen, die Zahl der Zähne von B und C um 1 und setze:

$$K = \frac{6 \cdot 6 \cdot 4}{18 \cdot 25 \cdot 29} \times 300 = 3{,}59 \text{ ℔}.$$

Die Reibung oder der Theil der Kraft, welcher dadurch bei der Aufeinanderwirkung von zwei Rädern verloren geht, kann durch $\frac{fQ(r+r')a}{rr'}$ ausgedrückt werden, wo f den Reibungskoefficienten, Q die zu transmittirende Kraft, a die Schrift der beiden Räder und r und r′ die Radien derselben bedeuten. Die anzuwendende Kraft wird also $= Q + \frac{fQ(r+r')a}{rr'}$ seyn müssen. Aus diesem ergibt sich, daß die Reibung desto größer ist, je größer die Schrift der Räder ist. Die kleinste Reibung wird statt haben, wenn die Räder gleichen Diameter haben oder $r = r'$ ist. Kann dies nicht der Fall seyn, und sollen sich die Räder mit verschiedenen Geschwindigkeiten bewegen, so ist es vortheilhaft, ihre Diameter so groß als möglich zu machen.

Ist z. B. $f = 0{,}1$ und $a = 0{,}1$,
so ist für $r = r' = 1$ die anzuwendende Kraft

oder $P = Q + \frac{0{,}01 \times 2Q}{1} = Q + \frac{1}{50}Q.$

für $r = r' = 2$ — — $P = Q + \frac{1}{100}Q.$
für $r = r' = 4$ — — $P = Q + \frac{1}{200}Q.$
für $r = 2 =$ und $r' = 6$ — $P = Q + \frac{1}{150}Q.$

Gewöhnlich wird $P = Q + \frac{1}{15}Q$ oder die Reibung zu $\frac{1}{15}$ der zu transmittirenden Kraft angenommen.

Obschon diese Reibung schon ziemlich beträchtlich ist, und man also darauf bedacht seyn muß, das Räderwerk so einfach als möglich zu machen, um den verlangten Zweck zu erreichen, so ist es doch bisweilen vortheilhaft, und besonders da, wo die Differenz der Diameter zweier Räder zu beträchtlich wäre, die Anzahl der Räder um etwas

zu vergrößern, und so ein günstigeres Verhältniß in den Diametern zweier in einander eingreifender Räder hervorzubringen.

Beträgt die Theilung oder Schrift 2″, so sollte der Umfang des Rades bei 10 Zähnen 20″, bei 15 Zähnen 30″ ꝛc. betragen und der Halbmesser würde sich finden, wenn man den Umfang durch $2 \times 3{,}1416 = 6{,}2832$ dividirte.

Da nun aber die Theilung auf einem Rade mit dem Zirkel immer als Sehne aufgetragen wird, welche kürzer ist als der ihr korrespondirende Kreisbogen, so folgt hieraus, daß man auf obige Art bloß den Umfang eines Vieleckes und daher einen zu kleinen Werth für den Radius erhält, und daß, da das Verhältniß zwischen der Länge des Bogens und der Sehne mit dem Radius abnimmt, die Diameter der Räder der Anzahl ihrer Zähne nicht proportional seyn können. *) Dieser Umstand ist in folgender Tabelle von Donkin (siehe Buchanan's Millwork), welche den Halbmesser für jedes Rad von 10 bis 280 Zähnen bei einer Theilung von 2″ angibt, berücksichtigt worden.

---

*) Diese Tabelle kann nach folgender Formel berechnet werden:

$$r = \frac{t}{2 \times \text{Sin.} \frac{180}{n}}$$

wo r den Radius, t die Schrift und n die Anzahl von Zähnen bedeutet.

Für ein Rad von 45 Zähnen wäre z. B.

Da $\text{Sin.} \frac{180}{n} = \text{Sin.}\ 4^{\circ}. = 0.06977$ ist,

bei einer Theilung von 2″

$$r = \frac{2}{2 \times 0{,}06977} = 14'',336.$$

Tafel.

Zähne	Radius in Zollen.	Zähne.	Radius in Zollen.	Zähne.	Radius in Zollen.
10	3,236	40	12,746	70	22,289
11	3,549	41	13,064	71	22,607
12	3,864	42	13,382	72	22,926
13	4,179	43	13,700	73	23,244
14	4,494	44	14,018	74	23,562
15	4,810	45	14,336	75	23,880
16	5,126	46	14,654	76	24,198
17	5,442	47	14,972	77	24,517
18	5,759	48	15,290	78	24,835
19	6,076	49	15,608	79	25,153
20	6,392	50	15,926	80	25,471
21	6,710	51	16,244	81	25,790
22	7,027	52	16,562	82	26,108
23	7,344	53	16,880	83	26,426
24	7,661	54	17,198	84	26,741
25	7,979	55	17,517	85	27,063
26	8,296	56	17,835	86	27,381
27	8,614	57	18,153	87	27,699
28	8,931	58	18,471	88	28,017
29	9,249	59	18,789	89	28,336
30	9,567	60	19,107	90	28,654
31	9,885	61	19,425	91	28,972
32	10,202	62	19,744	92	29,290
33	10,520	63	20,062	93	29,608
34	10,838	64	20,382	94	29,927
35	11,156	65	20,698	95	30,245
36	11,474	66	21,016	96	30,563
37	11,792	67	21,335	97	30,881
38	12,110	68	21,653	98	31,200
39	12,428	69	21,971	99	31,518

Zähne.	Radius in Zollen.	Zähne.	Radius in Zollen.	Zähne.	Radius in Zollen.
100	31,836	130	41,384	160	50,933
101	32,155	131	41,703	161	51,251
102	32,473	132	42,021	162	51,569
103	32,791	133	42,339	163	51,888
104	33,109	134	42,657	164	52,206
105	33,427	135	42,976	165	52,524
106	33,746	136	43,294	166	32,843
107	34,064	137	43,612	167	53,161
108	34,382	138	43,931	168	53,479
109	34,700	139	44,249	169	53,798
110	35,018	140	44,567	170	54,116
111	35,337	141	44,885	171	54,434
112	35,655	142	45,204	172	54,752
113	35,974	143	45,522	173	55,078
114	36,292	144	45,840	174	35,389
115	36,611	145	46,158	175	55,707
116	36,929	146	46,477	176	56,026
117	37,247	147	46,795	177	56,344
118	37,565	148	47,113	178	56,662
119	37,883	149	47,432	179	56,980
120	38,202	150	47,750	180	57,299
121	38,520	151	48,068	181	57,617
122	38,838	152	48,387	182	57,935
123	39,156	153	48,705	183	58,253
124	39,475	154	49,023	184	58,572
125	39,793	155	49,341	185	58,890
126	40,111	156	49,660	186	59,209
127	40,429	157	49,978	187	59,527
128	40,748	158	50,296	188	59,845
129	41,066	159	50,615	189	60,163

Zähne.	Radius in Zollen.	Zähne.	Radius in Zollen.	Zähne.	Radius in Zollen.
190	60,482	220	70,031	250	79,580
191	60,800	221	70,349	251	79,898
192	61,118	222	70,667	252	80,216
193	61,436	223	70,985	253	80,534
194	61,755	224	71,304	254	80,853
195	62,073	225	71,622	255	81,171
196	62,392	226	71,941	256	81,489
197	62,710	227	72,258	257	81,808
198	63,028	228	72,577	258	82,126
199	63,346	229	72,895	259	82,444
200	63,665	230	73,214	260	82,763
201	63,983	231	73,532	261	83,081
202	64,301	232	73,850	262	83,399
203	64,620	233	74,168	263	83,717
204	64,938	234	74,487	264	84,038
205	65,256	235	74,805	265	84,354
206	65,574	236	75,123	266	84,673
207	65,893	237	75,441	267	84,991
208	66,211	238	75,760	268	85,309
209	66,529	239	76,078	269	85,627
210	66,848	240	76,397	270	85,946
211	67,166	241	76,715	271	86,265
212	67,484	242	77,033	272	86,582
213	67,803	243	77,351	273	86,900
214	68,121	244	77,670	274	87,219
215	68,439	245	77,988	275	87,537
216	68,757	246	78,306	276	87,855
217	69,075	247	78,625	277	88,174
218	69,349	248	78,943	278	88,462
219	69,712	249	79,261	279	88,810

Es läßt sich daraus leicht der Halbmesser für jede andere Theilung berechnen.

Beisp. Wie groß ist der Radius eines Rades von 125 Zähnen bei einer Theilung von $3\frac{1}{4}''$?

Antw. Die Tafel gibt für eine 2zöllige 39,795″ an, man setze also:
$2 : 3\frac{1}{4} = 39{,}793'' : x$ oder 64,664″.

Ist das Verhältniß m : n der Geschwindigkeiten, welche zwei in einander eingreifende Räder haben sollen, und die Entfernung ihrer beiden Mittelpunkte oder die Summe ihrer Radien gegeben, so kann man die beiden Radien selbst durch folgende Proportion finden:

$$r + r' : r = m + n : m.$$

$$\text{und } r = \frac{m\,(r + r')}{m + n}$$

Auf geometrische Art kann man dieselben mit größter Leichtigkeit finden, indem man ein Dreieck construirt, wovon die eine Seite $= r + r'$, die andere Seite $m + n$ ist und aus dem Theilungspunkte zwischen m und n eine Parallellinie mit der dritten Seite des Dreiecks zieht.

In einer Reihe von Rädern, wovon immer zwei in einander greifen, ist es am vortheilhaftesten, wenn ihre Geschwindigkeiten Glieder einer arithmetischen Reihe sind.

Man findet den Unterschied der Geschwindigkeit einer Achse und der darauf folgenden, wenn man die kleinste Geschwindigkeit von der größeren abzieht und durch die Anzahl von Räderpaaren weniger 1 theilt.

Beisp. Eine Achse, welche 30 Umgänge per Minute macht, soll einer anderen Achse ihre Bewegung vermittelst 4 Räderpaare mittheilen, so daß letztere nur 3 Umgänge per Minute macht.

Antw. $\frac{30 - 3}{4 - 1} = \frac{27}{3} = 9.$

Die 2te Achse muß also 3 + 9 = 12
und die 3te . . 12 + 9 = 21 Umgänge per Min. machen.

Aus diesen verschiedenen Geschwindigkeiten kann man leicht die Anzahl der Zähne an den Rädern berechnen, vermittelst welchen sie hervorgebracht werden können.

Bei Rädern, welche eine große Kraft fortzupflanzen haben, und bei welchen auf die Genauigkeit ihrer Bewegung nicht viel ankömmt, muß man immer sehen, daß sich die nämlichen Zähne so selten als möglich begegnen. Um dies zu bewirken, gibt man den Rädern eine Anzahl von Zähnen, welche sich durch keine Zahl theilen läßt, indem man die gefundene Anzahl von Zähnen eines Rades um 1 vermehrt oder vermindert, wodurch keine nachtheilige Veränderung in der Geschwindigkeit veranlaßt wird.

Um die Anzahl von Umgängen zu finden, nach welchen sich die nämlichen Zähne zweier Räder von neuem begegnen, verfahre man auf folgende Weise: *)

Man theile die Anzahl der Zähne des großen Rades durch die des kleineren Rades. Bleibt kein Rest, so zeigt der Quotient die Anzahl von Umgängen des großen Rades an, nach welchen dies geschieht.

---

*) S. Guide du meunier par O. Evans.

Bleibt ein Rest, so theile man die Anzahl von Zähnen des kleinen Rades durch denselben. Bleibt alsdann kein Rest, so zeigt der Quotient wiederum diese Anzahl von Umgängen an. Bleibt hingegen ein Rest, so ist die Anzahl der Umgänge des großen Rades, nach welchen sich die nämlichen Zähne wieder begegnen, gleich der Anzahl von Zähnen des kleineren Rades.

Beisp. Es seyen zwei Räder von 36 und 48 Zähnen gegeben. Nach wie viel Umgängen des größern Rades werden sich die nämlichen Zähne wieder begegnen?

Antw. $\frac{48}{36}$ Rest $= 12.$

$\frac{36}{12} = 3.$

nach 3 Umgängen des großen Rades. Würde hingegen das kleinere Rad 37 Zähne haben, so würden die nämlichen Zähne erst nach 37 Umgängen des großen Rades wieder zusammentreffen.



Nr. 25.

Dimensionen der verschiedenen Theile an Rädern.

Schrift. Da die Schrift immer gleich ist der Summe einer Zahndicke und einer Lücke, so läßt sie sich leicht bestimmen, sobald die erforderliche Dicke der Zähne gefunden ist.

Der **Lücke** zwischen je zwei nebeneinander liegenden Zähnen gibt man bei gußeisernen Zähnen, welche nicht ausgearbeitet werden, $\frac{1}{10}$ — $\frac{1}{12}$, bei solchen, welche ausgearbeitet (gedreht und gefeilt werden) $\frac{1}{20}$ und bei hölzernen $\frac{1}{6}$ — $\frac{1}{7}$ mehr als die Zahndicke beträgt, um den ineinandergreifenden Zähnen einigen Spielraum zu verschaffen.

Die Dimensionen der Zähne hängen ganz von der Natur des Materiales ab, aus welchem sie bestehen und von dem Drucke (P), den dieselben auszustehen haben, und können nach folgender Formel:

$$P = \frac{R a b^2}{6 l}$$ (Siehe 2tes Bändchen S. 79)

berechnet werden, wo a die Breite, b die Dicke und l die Höhe der Zähne in □Zollen oder □Centimetern ausgedrückt, R hingegen das erforderliche Gewicht in Pfunden oder Kilogrammen bedeutet, um eine Stange von 1 □" oder 1 □ Centimeter zu zerbrechen.

Man sieht aus dieser Formel, daß man einem Zahne, welcher einen gegebenen Druck aushalten soll, dennoch eine beliebige Dicke geben kann, wenn man die andern Dimensionen derselben darnach bestimmt.

Je kleiner man die Dicke der Zähne und daher die Schrift annimmt, desto sanfter und regelmäßiger wird der Gang des Triebwerkes seyn, desto größer muß aber auch bei einem gegebenen Drucke die Breite der Zähne gemacht werden, und desto beträchtlicher wird das Gewicht des Rades seyn. Je höher ferner dieselben sind, desto größer ist die Anzahl derselben, welche zu gleicher Zeit in einander eingreifen, desto stärker müssen sie jedoch gemacht werden.

Buchanan gibt daher für Transmissionsräder, d. h. für solche, welche eine große Kraft fortzupflanzen haben, folgende Verhältnisse zwischen der Dicke b, der Breite a und der Höhe l der Zähne an (wie aus nachstehender Tabelle zu ersehen ist), welche jedoch nach Bedarf etwas verändert werden können:

$$a = 4\ b$$
$$l = 1,2\ b.$$

Der Länge des Zahnes über dem Theilkreise gibt man ferner $0,54\ b = 0,43\ l$ und unter dem Theilkreise $0,66\ b = 0,55\ l$. Die Entfernung zwischen den Kränzen zweier in einander greifender Räder ist daher $= 2 \times 0,66\ b = 1,32\ b$ und ist

D der Diameter des Theilkreises,
S der äußere Diameter des Rades
und S′ der Diameter des Kranzes, so ist

$$S = D + 0{,}9\ b$$

und $S' = D - 1{,}1\ b$.

Für kleine Räder in Spinnereien, Webereien ꝛc., welche geschnitten oder wenigstens nach metallenen Modellen gegossen werden, beträgt die größte Höhe der Zähne $l = 1{,}8\ b$.

I. Zähne von Gußeisen.

Durch eine Reihe von Wahrnehmungen, welche Buchanan an Rädern angestellt hat, die sich bei Wasserwerken und Dampfmühlen als sehr gut und dauerhaft bewiesen haben, ist derselbe auf folgende Regel zur Berechnung der Dimensionen der Zähne gekommen:

Bei einer Geschwindigkeit von 2,27 feet per Sekunde (am Theilkreise gemessen) ist die angemessene Stärke in Pferdekräften gleich dem Produkte der Breite mit dem Quadrat der Dicke und getheilt durch die Höhe der Zähne (in Inches ausgedrückt) oder $k = \frac{a \times b^2}{l}$.

und nach dieser Angabe ist folgende Tabelle von Carmichael berechnet worden:

Theilung in Zollen.	Dicke in Zollen.	Breite	Länge.	Pferdekraft bei einer Geschw. von 2,7′	3′	6′	11′
4,2	2,0	8,0	2,40	13,33	17,61	35,23	64,6
3,99	1,9	7,6	2,28	12,03	16,90	31,80	58,30
3,78	1,8	7,2	2,16	10,8	14,27	28,54	52,32
3,57	1,7	6,8	2,04	9,63	12,72	25,54	46,68
3,36	1,6	6,4	1,92	8,53	11,27	22,54	41,32
3,15	1,5	6,0	1,8	7,5	9,91	19,82	36,33
2,94	1,4	5,6	1,68	6,53	8,63	17,26	31,64
2,73	1,3	5,2	1,56	5,63	7,44	14,88	27,28
2,52	1,2	4,8	1,44	4,80	6,34	12,68	23,24
2,31	1,1	4,4	1,32	4,03	5,32	10,64	19,54
2,10	1,0	4,0	1,20	3,33	4,40	8,61	16,15
1,89	0,9	3,6	1,08	2,70	3,57	7,14	13,09
1,68	0,8	3,2	0,96	2,13	2,81	5,62	10,33
1,47	0,7	2,8	0,84	1,63	2,15	4,30	7,88
1,26	0,6	2,4	0,72	1,20	1,59	3,18	5,83
1,05	0,5	2,0	0,60	0,83	1,10	2,20	4,03

Buchanan nimmt hier eine Pferdekraft zu 200 pounds $3\frac{2}{3}$ feet hoch per Sekunde gehoben oder zu 44000 pounds 1 foot hoch per Minute an. Sie ist daher ungefähr = 100 K × m und daher um $\frac{1}{4}$ größer, als nach unserer Annahme.

Demnach übt eine Pferdekraft bis 3 feet Geschwindigkeit per Sekunde auf jeden Zahn einen Druck aus $= \frac{44000}{3 \times 60} =$ 244,44 ℔ = 110^k,83 aus. Bei einer Geschwindigkeit von 6 feet ist derselbe hingegen = 2 × 110,83 = 221^k,66. Die Festigkeiten der Zähne verhalten sich daher bei gleicher Schrift

umgekehrt, wie ihre Geschwindigkeiten. Haben z. B. die Zähne eines Rades 6'' Breite, 1,5'' Dicke und 1,8'' Höhe, so ist der Druck, welchen das Rad erleiden kann, bei einer Geschwindigkeit von 2,27 feet per Sek. $= \frac{6 \times (1,5)^2}{1,8} = 7,5$ Pferdekräfte $= \frac{7,5 \times 44000}{2,27 \times 60} = 2426$ ℔, bei einer Geschwindigkeit von 6 feet per Sek. $= \frac{6 \times 7,5}{2,27} = 19,82$. Pferdekräfte $= \frac{19,82 \times 44000}{6 \times 60} = 2426$ ℔.

Aus dieser Regel kann folgender Werth für R gefunden werden:

$$\frac{R}{6} = 322 \text{ pounds,}$$

und man erhält daher den Druck, welchen die Zähne eines Rades erleiden können, in pounds, wenn man die Breite der Zähne mit dem Quadrate der Dicke und mit der Zahl 322 vervielfacht und durch ihre Höhe theilt oder

$$P = \frac{322\ a\ b^2}{}$$

wo alle Maaße in Inches ausgedrückt werden müssen.

Bei Anwendung von Centimetern erhält man hingegen folgenden Druck in Kilogrammen:

$$\frac{R}{6} = 22{,}70$$

$$\text{und } P = \frac{22{,}70\ a\ b^2}{l}$$

Vergleicht man diesen Werth von $\frac{R}{6} = 22{,}70$ oder $R = 136{,}20$, mit dem Gewichte von 2800 Kil. (s. 2tes Bändchen S. 80), welches erforderlich ist, um eine gußeiserne Stange von 1 □^{cm} zu zerbrechen, so sieht man, daß derselbe etwa das Zwanzigfache desjenigen beträgt, welcher hier angewendet werden darf.

Hölzerne Zähne dürfen hingegen, da sie mit viel größerer Leichtigkeit wieder ersetzt werden können, wenn sie brechen, und da die Fehler derselben sichtbarer sind als bei gußeisernen, mit dem zehnten Theil des Druckes belastet werden, welcher den wirklichen Bruch veranlassen würde.

Setzt man in die Formel

$$P = \frac{22{,}70\ a\ b^2}{l}$$

die oben angegebenen Verhältnisse

$$a = 4\ b$$
$$l = 1{,}2\ b$$

so erhält man:

$$P = \frac{22{,}70 \times 4\ b^2}{1{,}2} = 76\ b^2$$

und daher $b = \sqrt{\frac{P}{8{,}75}}$ Centimeter.

Beisp. 1) Es drücke auf die Zähne eines Rades eine Kraft von 1600 Kil., welche Dimensionen sind denselben zu geben?

Antw. $b = \sqrt{\frac{1600}{8,75}} = 4,6$ Centimeter.

$a = 18,4$ Cm.

$l = 5,5$

2) Ein Rad, dessen Theilkreis einen Umfang von 6 Meter hat, habe eine Kraft von 12 Pferdekräften fortzupflanzen und 15 Umgänge per Minute zu machen. Wie stark müssen seine Zähne gemacht werden?

Antw. Die Geschwindigkeit der Zähne

$= 6 \times 15 = 90^m$ per Minute

$= 1,50^m$ per Sekunde,

daher $P = \frac{12 \times 75}{1,50} = 600$ Kil.

$b = \sqrt{\frac{600}{8,75}} = 2,8$ Centimeter.

$a = 11,2$

$l = 3,36$

die Schrift $= 2 \times 2,8 + \frac{2,8}{12}$

$= 5,84$ Cm.

II. Hölzerne Zähne.

Um sowohl die Reibung zu vermindern, als auch die Reparation zu erleichtern, werden sehr oft die Zähne des größern Rades aus hartem Holz (meistens aus Hagebuchenholz) gemacht.

Da dieses Holz gewöhnlich 4mal schwächer als das Gußeisen ist, dasselbe aber mit dem zehnten Theile des Gewichtes, welches seinen Bruch veranlassen würde, das Gußeisen aber bloß mit dem zwanzigsten Theile derselben beladen werden darf, so muß die Stärke hölzerner Zähne doppelt so groß seyn, als bei gußeisernen, und die Dicke desselben 1,4mal die Dicke der gußeisernen seyn, und man ist alsdann genöthigt, den gußeisernen Zähnen des kleinern Rades die nämliche Dicke und Schrift zu geben. In diesem Falle vermindert man jedoch die Breite der Zähne des Getriebes.

Man erhält daher die Dicke in Centimetern durch folgende Formel:

$$b = 1,4 \times \frac{\sqrt{P}}{8,75}$$

$$= \frac{\sqrt{P}}{6,25}$$

Her Benoit *) gibt folgende Dimensionen für die Zähne von 2 Rädern an, von welchen die des einen von Holz, die des andern von Gußeisen sind, welche aus der Formel $b = 9 \cdot \sqrt{P}$ berechnet sind, wo P die Anzahl von Pferdekräften bedeutet, welchen die Räder fortzupflanzen haben.

Da Verhältniß der Breite zur Dicke nimmt er dabei wie 5 : 1 an.

*) S. Zusätze zu O. Evans guide du meunier.

Druck auf den Zahn in		Dimensionen der Zähne in Millimetern.		
I. Kilogr.	II. Pferdekraft.	III. Dicke.	IV. Länge.	V. Breite.
80	1	9,0	10,8	45,0
160	2	12,7	15,3	63,5
240	3	15,6	18,7	78,0
320	4	18,0	21,6	90,0
400	5	20,1	24,1	100,5
480	6	22,1	26,4	110,5
560	7	23,8	28,6	119,0
640	8	25,5	30,5	127,5
720	9	27,0	32,5	135,0
800	10	28,5	34,2	142,5
880	11	29,9	35,8	149,5
960	12	31,2	37,4	156,0
1040	13	32,5	38,9	162,5
1120	14	33,7	40,4	168,5
1200	15	34,8	41,8	174,0
1280	16	36,0	43,2	180,0
1360	17	37,1	44,5	185,5
1440	18	38,2	45,8	191,0
1520	19	39,2	47,0	196,0
1600	20	40,3	48,2	201,5
1680	21	41,2	49,5	206,0
1760	22	42,2	50,7	211,0
1840	23	43,2	51,8	216,0
1920	24	44,1	52,9	220,5
2000	25	45,0	54,0	225,0
2880	36	54,0	64,8	270,0
3920	49	63,0	75,6	315,0
5120	64	72,0	86,4	360,0
6480	81	81,0	97,2	405,0
8000	100	90,0	108,0	450,0

Diese Tabelle gilt nur für eine Umfangsgeschwindigkeit von 1^m per Sekunde. Für jede andere Geschwindigkeit müßte man nur die in der Tabelle angezeigte Dicke durch die Quadratwurzel dieser Geschwindigkeit (in Metern ausgedrückt) theilen. Die andern Dimensionen würden sich alsdann leicht aus der gefundenen Dicke berechnen lassen. Die Schrift beträgt das Doppelte der in Col. III. angegebenen Zahndicke und der erforderliche Spielraum von $\frac{1}{6}$ bis $\frac{1}{12}$ kann aus der Dicke der gußeisernen Zähne genommen werden.

III. Von den Zähnen an Rädern, die ganz von Holz gebaut sind.

Die Räder, welche noch jetzt in ältern Mühlwerken angetroffen werden, sind meistens ganz von Holz, und die Zähne des Getriebes bestehen gewöhnlich aus cylindrischen Stöcken, welche zwischen zwei Scheiben befestigt sind.

Neumann *) gibt Folgendes über die Größe der Schrift an:

bei Mühlen mit Vorgelege und genugsamem Wasser $4\frac{1}{2}$ — 5″

id. mit häufigem Wassermangel . . . $3\frac{3}{4}$ — $4\frac{3}{4}$″

bei doppelter Verkämmung und breiten Zähnen kann die Theilung $\frac{1}{2}$″ kleiner seyn, also . . . $3\frac{3}{4}$″ — $4\frac{1}{2}$″ und $3\frac{1}{4}$″ — $4\frac{1}{4}$″

*) S. Wasser-Mahl-Mühlenbau von K. Neumann. Berlin 1818.

bei Rädern, welche häufigen Stößen aus-
gesetzt sind, muß dieselbe . . . . . $5\frac{1}{2}$ — 6″
betragen.

Nach ihm wird die Schrift in 7 gleiche Theile eingetheilt, wovon 3 für die Dicke und 4 für die Breite genommen werden. Die Stöcke des Getriebes erhalten hingegen $3\frac{1}{2}$ Theile, und der Spielraum beträgt daher $\frac{1}{14}$ der Schrift. Die Länge der Zähne beträgt $\frac{2}{3}$ bis $\frac{3}{4}$ der Schrift und der Theilkreis befindet sich auf $\frac{2}{3}$ der Höhe des Zahnes.

Anzahl und Stärke der Arme eines Rades.

Die Anzahl der Arme ist selten geringer als 4, und hängt fast ganz von der Größe des Rades ab. Gewöhnlich sind sie aus Gußeisen. (Arme aus geschmiedetem Eisen werden fast nur bei Schwungrädern und Wasserrädern angewendet.)

Gewöhnlich ist die Breite der Arme an dem Umkreise $\frac{2}{3}$ derjenigen an der Krone, und um denselben mehr transversale Festigkeit zu geben, wird in der Mitte der Breite, der Länge nach, eine Rippe angebracht. (Fig. 39.) Die Dicke der Arme ist meistens $\frac{1}{3}$ der Breite des Rades.

Tredgold gibt folgende Tabelle für Räder von 1 M. Diameter an:

Druck auf das Rad in Kil.	Breite a in Centim.	Breite der Rippen c.
10	4,20	1,2
40	6,00	2,00
80	8,00	3,00
138	8,50	3,90
244	9,70	—
430	11,64	6,80
580	12,42	8,25
730	13,10	8,73
870	13,80	9,70
1100	14,50	10,67
1210	15,50	11,64
1500	16	12,60
1750	16,90	13,68
2200	17	14,06
2300	47,50	16,50
2660	18	17
2840	18,50	17,95
3220	19	19
3500	19,50	19,40

Diese Dimensionen sind in der Mitte der Armlänge genommen. Für ein Rad von verschiedener Größe hätte man nur die hier angegebenen Dimensionen mit der Quadratwurzel der Armlänge in Metern zu vervielfachen.

Nr. 26.

Berechnung des Wasserdrucks.

Befindet sich Wasser in irgend einem Gefäße oder Behälter, so erleiden sowohl die Seiten (oder Wände), als auch der Boden des Gefäßes einen Druck.

Dieser Druck richtet sich nicht nach der Menge oder dem Gewichte des im Gefäße überhaupt enthaltenen Wassers, sondern nach der Höhe des Wasserstandes, bei gleicher Boden- oder Seitenfläche.

a) Um den Gesammtdruck des Wassers auf die Bodenfläche zu finden, berechne man erst die Fläche in Quadrat-Fußen oder Zollen, multiplizire dieselbe mit der Höhe des Wasserstandes und dann mit dem Gewichte von 1 Kub.′ oder Kub.″ Wasser. ($D = S \times h \times k$.)

Welche Gestalt die Wände haben, ob sie senkrecht sind oder nicht, ist dabei gleichgültig. Der Boden einer Flasche mit einem engen und langen Halse erleidet daher einen weit größeren Druck, wenn sie bis oben gefüllt ist, obschon die Wassermenge dadurch nur um weniges vermehrt wird. Die

Größe des Druckes hängt daher gar nicht von der Quantität der Flüssigkeit ab, welche denselben hervorbringt.

Beisp. 1) Wie groß ist der Wasserdruck auf den Boden eines Behälters, wenn derselbe ein Rektangel bildet und $10\frac{1}{2}'$ lang und $4\frac{1}{3}'$ breit ist, und das Wasser 6' tief steht.

Antw. Die Bodenfläche beträgt $10\frac{1}{2} \times 4\frac{1}{3}' = 45\frac{1}{2}\ \square'$. Diese mit 6 multiplizirt geben 273 Kub'.

Wiegt nun der Kubik-Fuß Wasser (franz. M.) 70 ℔, so ist der Gesammtdruck $= 70 \times 273 = 19110$ ℔.

2) Wie groß ist der Druck auf einen kreisrunden Boden von 5' Diameter, wenn das Wasser 11' hoch ist?

Antw. Die Fläche ist $= 5^2 \times 0{,}7854 = 19\square'{,}64$.
Der Druck also $= 19{,}64 \times 70 \times 11 = 15120$ ℔.

b) Um den Druck des Wassers auf die ganze Seitenfläche zu finden, wenn diese senkrecht ist, multiplizire man diese Fläche mit der mittlern oder halben Höhe des Wasserstandes, und dann noch mit dem Gewicht des Wassers. $(D = S' \times \frac{h}{2} \times k)$. *).

Beisp. 1) Wie groß ist der Seitendruck in einem rektangulären Behälter, wenn er 7' lang und 3' breit ist, und die Wasserhöhe $4\frac{1}{2}'$ beträgt?

*) Dieselbe Regel hat ebenfalls statt, wenn die Seitenfläche schief ist. Man findet den Druck auf dieselbe, wenn man die benezte Fläche mit der senkrechten Entfernung vom Wasserniveau bis zum Mittelpunkte der Fläche und ferner mit dem Gewichte des Wassers vervielfacht.

Antw. Der Umfang ist = 2 × 7′ + 2 × 3′ = 20′.
Die benezte Fläche = 20 × 4½ = 90 □′.
Der ganze Druck also = 90 × 2¼ × 70 ℔ = 14157 ℔.

Anmerk. In einem kubischen Gefäße ist jede der 4 Seiten der Grundfläche gleich, und jede erleidet, wenn es voll ist, halb so viel Druck als die leztere; der Gesammtdruck, den das Wasser ausübt, beträgt also gerade das 3fache seines Gewichts, oder 3mal so viel als der Druck auf den Boden allein.

Beisp. 2) Wie groß ist der ganze Seitendruck in einem cylindrischen Gefäß, das 5′ im Durchmesser hat und 8′ hoch Wasser enthält?

Antw. Die benezte Seitenfläche = 3,14 × 5 × 8 = 125,6 □′.
Diese mit 4 (halbe Höhe) multiplizirt = 502,4
und 502,4 × 70 ℔ = 35168 ℔.

c) Jeder gleiche Theil des Bodens erleidet denselben Druck; jeder gleich große Theil der Wände aber einen um so größeren, je tiefer er liegt; man findet den Druck, wenn man jenen Theil der Fläche mit dem mittlern Abstande unter dem Wasserniveau und dem Gewicht des Wassers multiplizirt.

Beisp. Wie stark ist der ganze Druck gegen ein 16′ breites Schleusenthor, das 9′ unter dem Wasser steht; und wie groß der Druck gegen einen Schieber, der 2¼ □′ hält und dessen Centrum 2′ vom Boden absteht?

Antw. Der ganze Druck ist = 16 × 9 × 4½ × 70 = 45360 ℔.
Da die mittlere Druckhöhe 9 — 2 = 7′ ist, so ist der Druck 7 × 2¼ × 70 = 1102·5 ℔.

Anmerk. Jeder sieht hieraus, wie sehr in hohen Pumpenröhren der Wasserdruck gegen dieselben mit der Tiefe zunimmt, und wie

nöthig es wird, die unteren Röhrenstücke immer stärker zu machen. Hat eine solche einen Umfang von 1′ und ist sie 80′ hoch, so erleidet der unterste Fuß der Röhre einen Druck von $70 \times 79\frac{1}{2} = 5565$ Pfund, während der oberste nur von $(\frac{1}{2} \times 70)$ oder 35 Pfund gedrückt wird. Ebendeßwegen werden Dämme und Mauern, die dem Wasser ausgesetzt sind, unten dicker gemacht. Ihr Profil soll, streng genommen, ein Dreieck bilden; allein es versteht sich von selbst, daß sie oben stets eine gewisse Stärke besitzen müssen.

Dasselbe hat statt, wenn ein hohles und zugeschlossenes Gefäß in ein Wasser hineingesenkt wird. Bei einer Tiefe von 100′ z. B. drückt auf jeden □′ ein Gewicht von 7000 Pfund.

Bestimmung der Dicke von Schutzbrettern.

Diesen gibt man gewöhnlich in ihrer ganzen Höhe die nämliche Dicke; es versteht sich von selbst, daß dieselbe für die größte Pression und hiemit für die unterste Zone des Schutzbrettes berechnet werden muß.

Ist die Breite derselben = L,

die Höhe der Zone, die man so klein als möglich annimmt, = a,

die Druckhöhe oder Differenz vom Niveau bis zum Centrum der Zone = H, und das Gewicht eines Kubikmeters (1000 Kil.) oder eines Kubikfußes (34 Kil.) Wassers = z, so ist die gesammte Pression P auf die Zone oder:

$$P = z \times H \times L \times a.$$

Und da die Resistenz des Schutzbrettes ungefähr das Vierfache der Pression betragen muß, um keinen Schaden zu erleiden, so hat man:

$$\mathfrak{z} \times H \times L \times a = \frac{4\,R\,a\,b^2}{6}$$

folglich $$b = L \times \sqrt{\frac{3}{2} \times \frac{\mathfrak{z}\,H}{R.}}$$

Wo b die Dicke des Schutzbrettes und R die Resistenz des Materials, aus welchem dasselbe gebaut ist, von 1 □ Centimeter Sektion bedeuten.

Beisp. Wie dick muß eine Wanne von Eichenholz von 25 Centimeter Breite gemacht werden, deren unterste Seite 1,90 M. unter dem Wasser liegt?

Antw. Es ist also hier:

$L = 75$ Cm.
$H = 190$ Cm.
$R = 690$ Kil.
$\mathfrak{z} = 0{,}001$ Kil. (Gewicht eines Kub.-Cm. Wassers)

folglich:

$$b = 75 \times \sqrt{\frac{3 \times 0{,}001 \times 190}{2 \times 690}}$$

$= 1{,}524$ Cm. Dicke des Schutzbrettes.

Bestimmung der Dicke von Wassermauern.
(Batardeaux.)

Das Wasser wirkt zu gleicher Zeit auf zweierlei Art auf eine Wassermauer:

1) sucht es dieselbe fortzuschieben,

2) sucht es dieselbe um eine Kante herum zu drehen und hiemit umzustürzen.

Um das erstere zu vermeiden, muß durchaus die Reibung, welche zwischen der Mauer und dem Boden, worauf sie steht, statt hat, und welche ungefähr ein Drittel ihres Gewichtes ist, größer seyn, als die mittlere Pression des Wassers. (Unter mittlerer Pression versteht man diejenige, welche im Schwerpunkte der Mauer statt hat.) Um das Herunterstürzen der Mauer zu vermeiden, muß das Moment des Gewichtes derselben gleich seyn dem Momente der mittleren Pression des Wassers.

Hr. Poncelet findet durch Rechnung folgende Proportion zwischen der Dicke E der Mauer, welche er überall gleich groß annimmt, und der Druckhöhe H oder der Entfernung des Schwerpunktes der Mauer vom Niveau. *)

$$E = 0{,}408\ H.$$

Damit das Wasser nicht durch die Mauer hindurchdringe, muß dieselbe wenigstens 1 Meter dick seyn. Man gibt also

*) S. Cours de mécanique industrielle par Poncelet. 3. Theil.

allen denjenigen, welche einer Druckhöhe von weniger als 2 M. ausgesetzt sind, eine Dicke von 1 M.

Mauern, welche Flüsse begrenzen und zu gleicher Zeit den Druck des Wassers und den Druck der obern Erdschichten zu erleiden haben, gibt man auf der Hälfte ihrer Höhe eine Dicke = $\frac{1}{3}$ der ganzen Höhe derselben.



Nr. 27.

Ueber einige andere Gesetze der Hydrostatik.

---

1) Eine flüssige Masse ist nur dann in Ruhe, wenn ihre Oberfläche sich in horizontaler Lage, d. h. senkrecht zu der Richtung der Schwerkraft befindet.

2) Ist ein fester Körper leichter als die Flüssigkeit, in welche er gebracht wird, so wird er auf derselben schwimmen, zugleich aber so weit darin eintauchen, bis das Wasser, welches der eingesenkte Theil des Körpers verdrängt hat, an Gewicht demjenigen des Körpers selbst gleich ist.

Es verhalten sich hiemit immer die eigenthümlichen Gewichte des festen Körpers und der Flüssigkeit wie die eingetauchte Portion des Körpers zur Größe des ganzen Körpers.

Ist ein Körper z. B. viermal leichter als die Flüssigkeit, so wird er in derselben um $\frac{1}{4}$ seines Gewichtes eintauchen, denn alsdann verdrängt er eine Masse Wassers, die eben so viel Gewicht hat als der ganze Körper selbst.

Auf diesem Prinzipe beruht die Auffindung des spezifischen Gewichtes eines Körpers. (Siehe Nr. 16.) Soll ein

Körper, der spezifisch schwerer als Wasser ist, auf demselben schwimmen, so wird er mit einem Körper, der spezifisch leichter als Wasser ist, verbunden. Ist das absolute Gewicht des leichteren Körpers = p, dasjenige des schwereren P, und ist das spezifische Gewicht des leichteren Körpers n, dasjenige des schwereren m, so hat man:

$$P\ (m - 1).\ n = p\ (1 - n).\ m.$$

Beisp. Wie viel Tannenholz hat man nöthig, um 12 Kil. Steinkohle schwebend zu erhalten?

Antw. Da das spezifische Gewicht des Tannenholzes = 0,55, das der Steinkohle = 1,33, so hat man:

$$12\ \text{Kil.} \times (1{,}33 - 1) . 0{,}55 = p\ (1 - 0{,}55).\ 1{,}35.$$

und $$p = \frac{12 \times 0{,}33 \times 0{,}55}{0{,}45 \times 1{,}33} = 4\ \text{Kil. Tannenholz.}$$

Theilt man die 4 Kil. durch 0,55, so erhält man das Volum des erforderlichen Tannenholzes in Kubikdezimetern ausgedrückt.

3) Gleichartige Flüssigkeiten sind in communicirenden Röhren, welche Gestalt, Lage und Sektion dieselben haben mögen, nur dann in Ruhe, wenn ihre Oberfläche sich in einerlei Horizontalebene befinden. Eine kleine Masse Wasser kann also einer großen Masse bei einerlei Druckhöhe vollkommen das Gleichgewicht halten.

Anmerk. Diese Regel hat nur statt, wenn die Flüssigkeit in beiden Schenkeln der Röhre von einerlei spezifischem Gewichte ist. Ist dies nicht der Fall, so wird die Höhe der schwereren Flüssigkeit, welche der leichteren das Gleichgewicht hält, so viel mal

kleiner seyn, als ihr spezifisches Gewicht grösser ist als dasselbe der leichteren Flüssigkeit.

Da z. B. das Quecksilber 15mal schwerer ist als Wasser, so kann in einer zweischenkligen Röhre eine Säule Quecksilber von 1″ Höhe einer Wassersäule von 15″ Höhe das Gleichgewicht halten. Auf diese Art läßt sich ziemlich genau das spezifische Gewicht einer Flüssigkeit finden. (S. Nr. 16.)

Nr. 28.

Berechnung der hydraulischen Pressen.

Diese nützliche und so häufig angewandte Maschine beruht ganz auf dem so eben angeführten Prinzipe.

Wird nämlich die Höhe des Wassers im engern Schenkel einer Röhre durch Hereinspritzen von neuem Wasser um etwas vergrößert, so wird jeder Punkt sowohl in diesem als in dem weitern Schenkel einen und denselben Druck erleiden; die Totaldrucke auf die Wasserflächen der beiden Schenkel werden sich also zu einander verhalten wie die Sektionen der Schenkel selbst, oder wenn diese kreisförmig sind, wie die Quadrate ihrer Diameter, oder:

$$P : P' = D^2 : D'^2$$

folglich $P = P' \frac{D^2}{D'^2}$

Die Kraft P, welche einer Last P' das Gleichgewicht hält, muß also desto kleiner seyn, je kleiner die Sektion des Schenkels der Kraft zu derjenigen des Schenkels der Last ist. Es gilt aber auch hier wie überall das Prinzip der virtuellen Geschwindigkeiten.

Gewöhnlich wird das Hereinspritzen von Wasser in den kleinen Schenkel mit einer Pumpe bewerkstelliget, welche man noch in Verbindung mit einem ungleicharmigen Hebel bringt, um noch mehr an Kraft zu gewinnen.

Ist D der Diameter der Pumpe,
D′ derjenige des Druckcylinders,
L der Hebelarm der Kraft k,
L′ derjenige der Last P,

so hat man:

$$k : P = D^2 L' : D'^2 L.$$

Aus dieser Proportion läßt sich leicht einer dieser Werthe berechnen, wenn die andern gegeben sind.

Beisp. 1. Es sey der Diameter der Pumpe D = 1″.
Derjenige des Druckcylinders D′ = 9″.
Der Hebelarm der Kraft L = 36″.
Derjenige der Last L′ = 9″.

Wie groß muß die Kraft seyn, um einen Druck von 3564 Kil. in dem Druckcylinder hervorzubringen?

Antw. Die Quadrate der Diameter verhalten sich zu einander wie 1 : 81. Da sich nun die beiden Hebelarme zu einander verhalten wie 36″ : 9″ = 4 : 1, so verhält sich die Kraft zur Last wie 1 : 81 × 4 = 324.

Um hiemit einen Druck von 3564 Kil. hervorzubringen, braucht es eine Kraft von $\frac{3564}{324} = 11$ Kil.

$$\text{oder } k = \frac{P \times D^2 \times L'}{D'^2 \times L} = \frac{3564 \times 1 \times 9''}{(9'')^2 \times 36''} = 11 \text{ Kil.}$$

Die Kraft, welche an dem längeren Hebelarme angebracht ist, muß indessen einen Weg von $2 \times 324 = 648''$ beschreiben, damit der Kolben im Druckcylinder um 1″ vorwärts schreite, da die Pumpe nur im Heruntergehen wirkt.

Beisp. 2. Wie groß muß der Diameter einer Pumpe seyn, damit vermöge einer Kraft von 20 Kilogrammen (mit welcher ein gewöhnlicher Arbeiter mit Leichtigkeit auf den Hebelarm wirken kann) ein Druck von 2000 Kilogrammen auf den Kolben des Druckcylinders hervorgebracht werde?

Das Verhältniß der Kraft zur Last ist hiemit wie $20 : 2000 = 1 : 100$, und da das Verhältniß der Hebelarme wie $1 : 4$ ist, so müssen sich die Quadrate der Diameter wie $1 : \frac{100}{4} = 1 : 25$ und die Diameter selbst wie $1 : 5$ verhalten. Hat also der Druckcylinder einen Diameter von 30″, so muß die Pumpe einen Diameter von $\frac{30}{5} = 6''$ haben, oder:

$$D = \sqrt{\frac{k\ D'^2\ L}{L' \times P}} = \sqrt{\frac{20 \times 30^2 \times 4}{2000 \times 4}} = 6 \text{ Zoll.}$$

Da der Druck, welcher bei solchen Pressen hervorzubringen ist, gewöhnlich immer zunimmt, je länger man fortfährt zu arbeiten, so sollte, um dieselben mit einer konstanten Kraft betreiben zu können, die Geschwindigkeit des Kolbens in dem Druckcylinder in eben diesem Verhältnisse beständig vermindert werden. Dies hat Spiller in seinen neuen Pressen, welche mit Leichtigkeit durch irgend einen Motor in Bewegung gesetzt werden können, berücksichtigt, und in denselben das Spiel der beiden Pumpenstangen so kombinirt, daß die Quantität Wasser, welche bei einem Umgange des Motors in den Druckcylinder eingesprizt wird, immer wie kleiner wird.

In Bramah's Presse, welche gewöhnlich von Menschen bewegt wird, sind hingegen zwei Pumpenstiefel vorhanden, wovon der eine einen kleineren Durchmesser hat, als der andere, so daß im Anfange der Operation mit dem weitern, später mit dem engern gearbeitet wird.

Nr. 29.

Wassermenge, die aus Oeffnungen fliesst bei konstanter Druckhöhe.

Bringt man in dem Boden oder der Wand eines Wasserbehälters eine Oeffnung an, so fließt um so viel mehr Wasser in derselben Zeit aus, je größer die Oeffnung ist und je tiefer sie unter dem Wasserniveau befindlich ist.

Bei übrigens gleichen Umständen verhält sich die in einer Minute z. B. ausfließende Menge in der Regel

1) wie die Quadrate der Durchmesser bei kreisrunden Oeffnungen, und überhaupt wie die Weite (oder Sektion) derselben;
2) wie die Quadratwurzel der Druckhöhe oder des mittlern Abstands der Oeffnung unter dem Niveau.

Beisp. Liefert ein Hahn, der 1′ unter der Wasserlinie eingesetzt ist, in 1 Minute 3 Maaß, so wird er 4′ tief 6 Maaß, und 9′ tief 9 Maaß liefern, wofern die Flüssigkeit in gleicher Höhe erhalten wird. *)

*) Bei einer 4mal größeren Tiefe ist der Druck allerdings 4mal größer; es kann aber doch nur die doppelte Menge auslaufen; denn damit 2mal mehr in derselben Zeit ausfließt, muß jeder Wassertheil auch 2mal geschwinder laufen. Es wird also 4mal mehr Bewegungskraft, hiemit Druck, erfordert.

Da die Geschwindigkeit des ausfließenden Wassers von der Druckhöhe abhängt, so folgt hieraus, daß bei einer Seitenöffnung das Wasser nicht in allen Punkten derselben die nämliche Geschwindigkeit hat. Ist die Höhe der Oeffnung klein, so weichen aber die verschiedenen Geschwindigkeiten darin nicht viel von einander ab, und man kann alsdann die Entfernung des Schwerpunktes der Oeffnung vom Niveau als mittlere Druckhöhe annehmen.

Ueberhaupt zeigt die Erfahrung, daß zwischen der Bewegung des Wassers und dem freien Falle der Körper einerlei Gesetze statt finden.

Es ist auch hier wieder die durch die Druckhöhe h erzeugte Geschwindigkeit des Wassers oder:

$$\left.\begin{aligned} v &= \sqrt{2\,g\,h.} \\ &= \sqrt{19{,}62\,h} \text{ in Metern} \\ &= \sqrt{60\,h} \text{ in pariser Fußen} \\ &= \sqrt{64\,h} \text{ in englischen Fußen} \end{aligned}\right\} \text{per Sekunde.}$$

Nach Bossut fließen per Minute aus einer kreisrunden Oeffnung von 1" Diameter (je nachdem dieselbe in einer ganz dünnen Platte angebracht oder mit einem kurzen Ansatzrohre versehen ist):

bei 1' Druckhöhe	2722 Kub."	oder	3539	Kub."
„ 4' „	5456	„	7070	„
„ 9' „	8135	„	10579	„

Die Wassermengen verhalten sich also fast ganz genau wie $\sqrt{1} : \sqrt{4} : \sqrt{9}$ oder wie 1 : 2 : 3.

Für eine ganz freie und ungehinderte Bewegung des Wassers würde man also die Menge ausfließenden Wassers per Sekunde finden, wenn man die auf diese Weise berechnete Geschwindigkeit mit dem Flächeninhalte der Oeffnung vervielfachen würde.

Da nun aber das Wasser, wenn es aus einer Oeffnung fließt, sich von den Wänden derselben einigermaßen losreißen muß und die verschiedenen Strahlen desselben nicht parallel zu einander aus derselben fließen, sondern nach allen Richtungen hin, so erleidet der Wasserstrahl dabei eine Contraktion, welche die Menge des ausfließenden Wassers merklich vermindert. Es muß also, um die effektive Menge Wassers zu finden, welche in einer Sekunde aus einer gegebenen Oeffnung hinausfließt, die theoretische Menge, welche durch obige Formeln berechnet wird, noch mit einem Bruche multiplizirt werden, welcher durch die Erfahrung zu bestimmen ist und sehr viel von der Form der Oeffnung und der Druckhöhe abhängt.

Für Oeffnungen, welche am Boden des Gefäßes angebracht sind, gibt die Erfahrung folgendes Verhältniß zwischen der effektiven Menge und der theoretischen, welche hier als Einheit angenommen wird:

Für eine Druckhöhe	200	mal größer	als der Diam.	der Oeffnung	0,615
—	100	—	—	—	0,618
—	10	—	—	—	0,620
—	9	—	—	—	0,621
—	8	—	—	—	0,622

Für eine Druckhöhe	7 mal	größer als	der Diam.	der Oeffnung	0,623
—	6	—	—	—	0,625
—	5	—	—	—	0,627
—	4	—	—	—	0,630
—	3	—	—	—	0,633
—	2	—	—	—	0,637
—	1	—	—	—	0,642
—	0,1 bis 0,15		—	—	0,650

Für Seitenflächen und verschiedene Längen des Ausflußrohres:

Länge = 0	0,6096
— ½mal den Diameter	0,6196
— gleich dem Diameter	0,7071
— 2mal den Diameter	0,8157
2½ —	0,8221
3 —	0,8201
4 —	0,8179
5 —	0,8095

Aus diesen Tabellen geht hervor, daß, je größer die Druckhöhe ist, desto kleiner die effektive Menge ausfließenden Wassers im Verhältniß zur theoretischen ist, und daß ferner dieselbe am größten ist, wenn man die Seitenöffnung mit einer Ausflußröhre versieht, deren Länge 2½mal den Diameter der Oeffnung beträgt.

Der Coeffizient, den man gewöhnlich in den Rechnungen anwendet, ist = 0,63.

Man hat alsdann für die effektive Menge ausfließenden Wassers per Sekunde:

$$M = 4{,}88 \times S \times \sqrt{h}$$ in Kubikfußen *),

$$M = 2{,}78 \times S \times \sqrt{h}$$ in Kubikmetern

und $$M = 5{,}1 \times S \times \sqrt{h}$$ in englischen Fußen,

wo S den Flächeninhalt der Oeffnung in □′ oder □Meter, h die Druckhöhe in Fußen oder Metern bedeutet.

Die auf diese Weise gefundenen Wassermengen gelten indessen nur für den Fall, wo das Wasser beständig auf dem nämlichen Niveau erhalten wird, und also der Behälter fortwährend mit neuem Wasser gespeist wird. **)

Beispiele.

1. In einem beständig voll erhaltenen Behälter beträgt der Abstand des Niveau vom Centrum einer circulären Oeffnung von 3″ (0′,25) Diameter oder die Druckhöhe 16′. Wie viel Wasser wird in 12 Sekunden auslaufen?

Antw. Für eine Sekunde hat man folgende Wassermenge:

$$S = 0{,}7854 \times (0{,}25)^2 = 0{,}049 \; \square'$$

folglich:

$$M = 4{,}88 \times 0{,}049 \times \sqrt{16} = 0{,}9565 \text{ Kub.}'$$

und in 12 Sekunden $= 12 \times 0{,}9565 = 11{,}478$ Kub.′

---

*) $M = 0{,}63 \times S \times \sqrt{2gh} = 0{,}63 \times S \times \sqrt{60} \times \sqrt{h} = 4{,}88 \times S \times \sqrt{h}.$

**) Banks gibt (in seinem Werke über Mühlen) folgende Regel für englische Maaße an:

Man multiplizire die Quadratwurzel der Druckhöhe oder Tiefe in Fußen mit 5,4 und noch mit der Sektion der Oeffnung in □′, man erhält alsdann die Menge des ausfließenden Wassers in Kub.′ per Sekunde. Diese Regel gibt die Wassermenge ein bischen größer an als obige Formel.

II. Ein Gefäß erhält per Sekunde 280 Kub.″ Zufluß, wie groß muß der Diameter einer kreisförmigen Oeffnung seyn, wenn ihr Centrum 12′ unter dem Wasserspiegel liegen soll, damit eben so viel Wasser ausfließe, als der Zufluß beträgt?

Antw. $M = 4{,}88 \times S \times \sqrt{h}$

$$S = \frac{M}{4{,}88 \times \sqrt{h}} = \frac{280 \text{ Kub.}''}{4{,}88 \times \sqrt{144''}}$$

$$= 4{,}78 \,\square'' = 0{,}7854\, D^2$$

folglich $D = \sqrt{\frac{4{,}78}{0{,}7854}} = 2'',46$ Diam. der Oeffnung.

III. In einem Schleusenthore befindet sich ein 4′ langer und 7″ breiter Schieber, dessen Centrum 10′ unter dem Wasserspiegel steht, wie viel Zeit braucht es, damit 522 Kub.′ Wasser daraus fließen?

Antw. Die Wassermenge per Sekunde wird seyn:

$$M = 4{,}88 \times 4 \times \frac{7}{12} \times \sqrt{10}$$

$$= 36 \text{ Kub.}'$$

folglich braucht es $\frac{522}{36} = 14\frac{1}{2}$ Sekunde Zeit.

IV. Es drücke auf die Oberfläche des Wassers in einem Cylinder ein messingener Kolben von 6″ Dicke. Wie groß wird die Geschwindigkeit des ausfließenden Wassers im Anfange seyn, wenn die Oeffnung 5′ tief unter dem Niveau liegt?

Antw. Da das Messing ungefähr 8mal schwerer als das Wasser ist, so ist die Pression des Kolbens gleich derjenigen einer Wassersäule von $8 \times 6'' = 48'' = 4'$. Es ist also die totale Druckhöhe auf die Oeffnung $= 5 + 4 = 9'$, folglich die Geschwindigkeit oder:

$$v = \sqrt{60 \times 9}$$

$= 23',24$ per Sekunde.

Ist die Höhe der Oeffnung im Verhältniß auf die Druckhöhe ziemlich groß, wie dies z. B. bei oben offenen rechtwinkligten Oeffnungen in den Seitenwänden eines Behälters oder Kanals der Fall ist, so sind die Geschwindigkeiten der ausfließenden Wasserstrahlen sehr von einander unterschieden und die Menge derselben merklich vermindert. Man multiplizire alsdann das Produkt, welches man in dem ersten Falle erhält, noch mit $\frac{2}{3}$ oder:

$M = \frac{2}{3} \times 4{,}88 \times S \times \sqrt{h}$ in Kub.' per Sekunde.

Beisp. Wie viel Wasser läuft durch einen Schlitz, der 6'' breit und 5'' tief ist, in 46 Sekunden?

Antw. $S = 6 \times 5 = 30 \,\square'' = 0{,}2083 \,\square'$

$h = 5'' = 0',4166.$

$M = \frac{2}{3} \times 4{,}88 \times 0{,}2083 \times \sqrt{0{,}4266}.$

$= 0{,}4374$ Kub.' per Sekunde.

$= 0{,}4374 \times 46 = 20{,}12$ Kub.' in 46 Sekunden.

Anhang.

Geschwindigkeit und Gewalt des Windes.

Nach Smeaton hat bei folgenden Geschwindigkeiten folgender Druck statt:

Geschwindigkeit in 1 Sek.	Druck auf 1 Quadr.′	
1,47 engl.′	0,005 ℔.	kaum bemerklich
4,40 „	0,044 „	bemerklicher Wind
14,67 „	0,492 „	windig
27,34 „	1,968 „	sehr windig
58,68 „	7,873 „	ausserordentlicher Wind
117—146 „	31—49 „	Orkan, der Bäume und Häuser umstürzt.

Die Kraft des Windes gegen 1 □′ einer unbeweglichen Fläche findet sich übrigens:

a) Nach der Theorie . . . $= \frac{g^2}{2h} \cdot p$ und

b) nach Woltman's Versuchen $= \frac{g^2}{3h} \cdot p$

wo g die Geschwindigkeit des Windes pr. Sek., p das Gewicht von 1 Kub.′ Luft, und h die Fallhöhe eines Körpers in 1 Sek. ausdrückt.

Da nun nach engl Maaßen h = 16,1 u. p. = $\frac{5}{4}$ Unzen, so erhält man für eine Geschwindigkeit von $58\frac{2}{3}$′:

nach a. 5 Pfd. 9 Unzen, und
nach b. 8 „ 5 „

Weicht die Fläche und zwar mit einer Geschwindigkeit = v, so ist der senkrechte Druck

$$= \frac{g^2 - g\,v}{5\,h} \times p.$$

Geschwindigkeit des Schalls.

Die Luft pflanzt bei einer Temperatur von 14° R. den Schall in 1 Sek. auf eine Weite von $174\frac{1}{2}$ Toisen oder 1048 par. Fuß fort.

1° R. oder C. vermehrt oder vermindert die Geschwindigkeit um etwa 2′.

Bei 10° R. durchläuft der Schall also nur 1000′.

Weder der Barometerstand, noch die Stärke des Schalls scheint die Geschwindigkeit zu ändern.

Nach Hrn. Colladons Versuchen auf dem Genfersee pflanzt das Wasser den Schall einer Glocke in 1 Sekunde 4700 Fuß weit fort.

Die Fortpflanzung des Lichts ist hingegen so ausserordentlich schnell, daß sie als instantan angesehen werden kann.

Geschwindigkeit abgeschossener Kugeln.

Haben die Kanonen die erforderliche Länge, so verhalten sich die Anfangsgeschwindigkeiten der Kugeln

1) wie die Quadratwurzeln der Pulvermengen, wenn die Gewichte der Kugeln gleich sind, und

2) umgekehrt, wie die Quadratwurzeln dieser Gewichte bei gleicher Pulvermenge.

Erhält daher eine Kugel durch 2 ℔ Pulver eine Geschwindigkeit von 500, so wird dieselbe durch 8 ℔ eine doppelte und durch 18 ℔ eine dreifache erlangen.

Oder gibt 1 ℔ Pulver eine Geschwindigkeit von 900′. so wird eine 4mal schwerere nur 450′; eine 9mal schwerere nur 300′ Geschwindigkeit haben.

Die Versuche des berühmten Hutton lehrten, daß ½ ℔ gutes Kanonenpulver eine 1pfündige Kugel mit einer Geschwindigkeit von 1500 franz. Fuß oder 1600 engl. Fuß in 1 Sek. abschießt; darnach ergibt sich folgende Tafel der Ladungen im Verhältniß zum Gewicht der Kugeln und der Geschwindigkeiten in franz. Fußen.

Ladung.	Geschw.	Ladung.	Geschw.
$\frac{1}{20}$	475′	$\frac{1}{9}$	708′
$\frac{1}{18}$	500′	$\frac{1}{8}$	750′
$\frac{1}{16}$	153′	$\frac{1}{7}$	802′
$\frac{1}{15}$	648′	$\frac{1}{6}$	865′
$\frac{1}{14}$	568′	$\frac{1}{5}$	959′
$\frac{1}{13}$	598′	$\frac{1}{4}$	1061′
$\frac{1}{12}$	613′	$\frac{1}{3}$	2123′
$\frac{1}{11}$	640′	$\frac{1}{2}$	1500′
$\frac{1}{10}$	672′	1	1225′

Ueberhaupt ist die Geschwindigkeit $= 1500 \times \sqrt{\frac{2\,p}{P}}$ wenn p die Ladung und P das Gewicht der Kugel ausdrückt.

Anmerk. Je größer indessen die Ladung ist, desto weniger wird alles Pulver sich gleichzeitig und daher überhaupt entzünden können; daher die Regel nur in gewissen Grenzen gelten kann.


Fig. 20.


Fig. 21.


Fig. 22.


P
p


d'
d

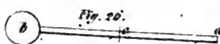
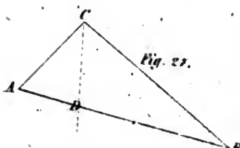
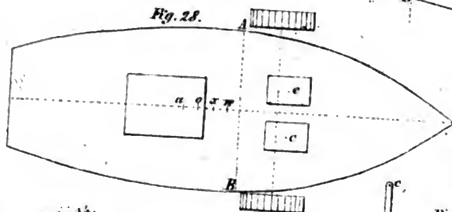

b
a
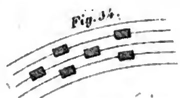

Fig. 23.
b
a
g
x




C
Fig. 27.
A
B


Fig. 28.
A
B
e
c

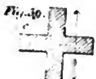
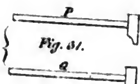



Fig. 34.

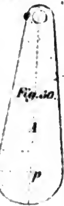


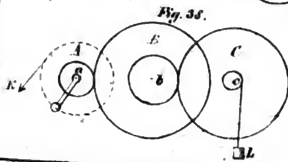

P
Q

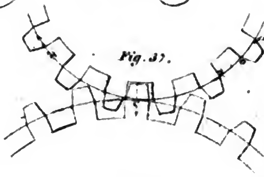



c
A
B


c
B


A
p


Fig. 38.
A
E
C
K
b
c
L



Vademecum des Mechanikers

oder

Praktisches Handbuch

für

Mechaniker, Maschinen- und Mühlenbauer, und Techniker überhaupt

von

Prof. Christoph Bernoulli.

Dritte Auflage,

nochmals verbessert und vermehrt von des Obigen Sohne,

Joh. Gustav Bernoulli.

Zweites Bändchen.

Mit einer Steindrucktafel.

Stuttgart und Tübingen,
in der J. G. Cotta'schen Verlagshandlung.
1836.

Inhalt.

Nr. Seite.

1. Ausfluß des Wassers aus Behältern, die keinen Zufluß erhalten 1
2. Berechnung von Wasserpumpen 6
3. Berechnung größerer Pumpen 11
4. Reibung des Kolbens in Pumpenstiefeln 19
5. Geschwindigkeit des Wassers in Flüssen, Kanälen u. a. . . 22
6. Bewegung des Wassers in Kanälen und Röhren und Bestimmung der Neigung derselben 25
7. Von den Wasserrädern 31
8. Verschiedene Theile der Wasserräder 41
9. Beispiele zur Berechnung der Wasserräder 47
10. Berechnungen über Mühlen 52
11. Anwendung der verschiedenen Arten Wasserräder zur Bewegung eines Mühlsteins 55
12. Stärke der Materialien 58
13. Vom senkrechten Widerstande der Körper 60
14. Longitudinaler Widerstand derselben 67
15. Transversalstärke der Körper 76
16. Dicke der Wellzapfen 86
17. Ausdehnung der Körper durch die Wärme 97

Nr. Seite.
18. Von den Schornsteinen 105
19. Spezifische Wärme der Körper 113
20. Von der Heitzkraft verschiedener Brennmaterialien 117
21. Uebergang der Körper vom festen Zustande in den flüssigen . 119

Data zur Berechnung von Dampfmaschinen:

22. Von der Dampfbildung 124
23. Von den verschiedenen Theilen der Dampfmaschinen 132
24. Bestimmung der Dimensionen derselben 143
25. Berechnung des Nutzeffektes bei Expensionsmaschinen 153
26. Von den Gebläsen 159

Anhang:

Regeln für das Bohren und Abdrehen gußeiserner Cylinder . . 177
Von der praktischen Anwendung des Dampfes zum Forttreiben der Projektile 182



Nr. 1.

Ausfluß des Wassers aus Behältern, die keinen Zufluß erhalten.

Erhält ein Wasserbehälter keinen Zufluß, so nimmt die Druckhöhe des Wassers, so wie er sich ausleert, immer mehr und mehr ab, und wird zuletzt = 0.

Da sich nun die Geschwindigkeiten des ausfließenden Wassers wie die Quadratwurzeln der Druckhöhen verhalten, so verhalten sie sich auch wie die Geschwindigkeiten eines fallenden Körpers. Der Raum, den ein Körper in einer gewissen Zeit t durchfällt, dessen Geschwindigkeit = v ist, kann durch den Flächeninhalt eines Dreiecks ausgedrückt werden, dessen Basis = t und dessen Höhe = v ist. Es ist aber alsdann dieser Raum $= \frac{v\,t}{2}$

Ein Körper hingegen, der sich von Anfang an fortwährend und gleichförmig mit der End-Geschwindigkeit v jenes Körpers bewegt, wird in einer Zeit t einen Weg = v t und folglich einen doppelt so großen Weg zurücklegen, als ersterer.

Da sich nun der zweite Fall gerade auf einen Behälter beziehen läßt, der immer wieder so viel durch Zufluß erhält, als ausfließt, der erstere Fall aber auf einen solchen, der gar keinen Zufluß erhält, so folgt hieraus, daß bei vollerhaltenem Gefäße genau die doppelte Menge Wassers ausfließt, als in einem Gefäße, welches keinen Zufluß erhält, und sich nach und nach ausleert.

Um also die ausfließende Wassermenge in letzterem Fall zu berechnen, braucht man nur die Hälfte derjenigen zu nehmen, welche bei einem beständig voll erhaltenen Gefäße ausfließt. Es ist demnach die Wassermenge, welche in einer Sekunde ausfließt, oder:

$$M = \frac{4{,}88 \times S \times \sqrt{(h)}}{2} = 2{,}44 \times S \times \sqrt{(h)}$$ in Cubikfußen,

$$M = \frac{2{,}78 \times S \times \sqrt{(h)}}{2} = 1{,}39 \times S \times \sqrt{(h)}$$ in Metern,

Beispiel I. In wie viel Zeit wird sich ein 12′ hoher Behälter von 13′ Länge und 7′ Breite leeren, wenn die Ausflußöffnung im Boden 16 □″ Sektion hat?

Antwort. $M = 2{,}44\, S \times \sqrt{(h)} = 2{,}44 \times \frac{16}{144} \times 3{,}6 = 140{,}5$ Cub.′ Wassermenge, welche in 1 Sekunde ausfließt.

$12 \times 13 \times 7 = 1092$ Cub.′ Wassermenge, welche auszufließen ist $= Mt$, folglich

$$t = \frac{1092}{140{,}5} = 7{,}8$$ Sekunden.

Befindet sich in einem prismatischen Behälter eine Oeffnung in einer vertikalen Wand derselben, so läßt sich die Zeit, in welcher der Wasserspiegel um eine gewisse Tiefe sinkt, also berechnen: *)

Ist A die Sektion des Gefäßes, L die Breite der Oeffnung, h die Totalhöhe der Oeffnung unter dem Wasserspiegel, x die Tiefe, um welche dieselbe sinkt, und t die Zeit, welche dazu erforderlich ist, so ist:

$$t' = \frac{3\,A\left(h\,.\,\sqrt{(h - x)} - (h - x)\,.\,\sqrt{(h)}\right)}{4{,}88 \times L\left(h\,(h - x)\right).}$$

Beispiel II. Es sey die Sektion eines Behälters, welcher keinen Zufluß erhält, oder A = 5000 □'. Es befinde sich in einer seiner Seitenwände eine rektanguläre Oeffnung von 2' Breite, deren unterste Seite 5' unter dem Wasser liegt. In wie viel Zeit wird sich der Wasserspiegel um 4' senken?

Antwort.

$$t = \frac{3 \times 5000\left(5'\,.\,\sqrt{(5 - 4)} - (5 - 4)\,.\,\sqrt{5}\right)}{4{,}88 \times 2'\left(5\,(5 - 4)\right)}$$

= 850 Sekunden = 14 Minuten 10 Sekunden.

Ist der Behälter ABCD (Fig. 1) durch eine Scheidewand EF in zwei Theile getheilt, befindet sich in der zweiten Abtheilung keine Ausflußöffnung, und wird das Wasser in der

*) Siehe Hechts erste Gr. der mech. Wissenschaften.

ersten unverändert auf der Höhe h erhalten, so muß sich die zweite nach und nach anfüllen.

Ist A die Sektion des zweiten Theiles EFCD, S der Inhalt der Oeffnung bei F, so ist die Zeit t, in welcher das Wasser bis auf die ganze Höhe h im zweiten Gefäße angefüllt wird, oder:

$$\text{I)}\quad t = \frac{2\ A}{4{,}88 \times S} \times \sqrt{(h)}$$

Die Zeit t′, in welcher das Wasser bis auf die Höhe h′ erhoben wird, oder:

$$\text{II)}\quad t' = \frac{2\ A}{4{,}88\ S} \times \left(\sqrt{(h)} - \sqrt{(h - h')}\right)$$

und die Zeit t″, in welcher das Wasser um die Höhe h″ erhoben wird, oder:

$$\text{III)}\quad t'' = \frac{2\ A}{4{,}88\ S} \left(\sqrt{(h - h')} - \sqrt{(h - h' - h'')}\right)$$

Mit diesen Gleichungen läßt sich die Zeit, welche zum Anfüllen und Ausleeren von Schleußenkammern erfordert wird, leicht bestimmen.

Aufgabe. Wie viel Zeit braucht es, damit der Wasserspiegel in der Schleußenkammer ABCD (Fig. 2) durch die im obern Thore befindliche Oeffnung c vom untern bis zum obern Niveau erhoben wird, wenn die Differenz h der beiden Niveaus = 15′ ist, der Inhalt der Oeffnung = 6 □′, die Distanz h′ vom Centrum derselben zum untern Niveau = 6′ und der Flächeninhalt der Schleußenkammer = 3000 □′ ist?

Antwort. Da die Druckhöhe immer konstant bleibt, bis sich der Wasserspiegel bis auf cd erhöht hat, so ist die Zeit, in welcher dieses geschieht, oder:

$$t = \frac{M}{4{,}88 \times S \times \sqrt{(h-h')}}$$

$$M = 3000 \times 6' = 18{,}000 \text{ Cub.}'$$

folglich

$$t = \frac{18{,}000}{4{,}88 \times 6 \times \sqrt{9}} = 205 \text{ Sekunden.}$$

Da die Druckhöhe immer wie kleiner wird, je mehr sich das Niveau von cd weg dem obern Niveau nähert, so ist die Zeit, in welcher sich der Wasserspiegel von cd bis auf AD hebt, oder:

$$t' = \frac{2\,M}{4{,}88 \times S \times \sqrt{(h-h')}}$$

$$M = 3000 \times (15 - 6)$$

$$= 27000 \text{ Cub.}'$$

folglich:

$$t' = \frac{2 \times 27000}{4{,}88 \times 6 \times \sqrt{(15-6)}}$$

$$= 615 \text{ Sekunden.}$$

Die Schleußenkammer wird also gänzlich in 205 + 615 = 820 Sekunden = 13⅔ Minuten gefüllt werden.



Nr. 2.

Berechnung von Wasserpumpen.

Die Wassermenge, die eine gute Pumpe liefert, ist genau dem Raume gleich, den der Kolben bei jedem Zuge durchlauft, und richtet sich also nach dem Durchmesser des Kolbens und der Höhe des Hubes.

Ein 2zölliger Kolben, der sich um 6″ hebt, liefert hiemit bei jedem Zuge $18\frac{1}{20}$ Cub.″ Wasser. ($2^2 \times 0{,}7854 \times 6''$)

Die Höhe, zu der das Wasser gehoben wird, verändert hierin nichts, wohl aber richtet sich darnach die Kraft, welche zum Ziehen erfordert wird.

Soll hiemit durch die gleiche Kraft Wasser höher gehoben werden, so muß die Menge desselben sich im umgekehrten Verhältnisse der zunehmenden Höhe vermindern.

Nach Ferguson kann 1 Mann von gewöhnlicher Stärke in 1 Minute $81\frac{3}{4}$ Gallonen Wasser (oder 18884 Cub.″) 10′ hoch pumpen. (Die Arbeit eines Mannes setzt er also = 188840 Cub.″ 1′ hoch in 1 Min.) *)

*) Alles Folgende gilt von englischen Maaßen.

Er wird also in derselben Zeit nur 40⅞ Gall. 20′ hoch pumpen können, oder 27¼ 30′ hoch, oder 13⅝ 50′ hoch u. s. w.

Da nun aber diese Verminderung nicht durch eine verhältnißmäßig langsamere Bewegung des Pump-Schwengels, und auch nicht wohl durch eine bedeutende Verkürzung des Hubes zu erhalten ist, so läßt sie sich am passendsten durch eine Verminderung des Kolbendurchmessers erreichen. Es kann nämlich der Ziehende bei einer gewissen Länge des Schwengels, und einer bestimmten Anzahl Züge in der gleichen Zeit weit am leichtesten arbeiten; und diese Verhältnisse sind bei der oben angegebenen Kraft vorausgesetzt.

Ist der aktive Arm des Schwengels 5mal länger als der passive, so wird 1 Hub leicht 6½″ hoch seyn können, und thut ein Arbeiter in 1 Min. 80 Züge, so wird er bei einem Kolbendurchmesser von 6,93″, 18884 Cub.′ oder 81¾ Gall. schöpfen. *) Dieser Durchmesser ist also passend, wenn das

---

*) Da hier: D = 6″,93 . H = 10′ und W = 81,75 Gall., so ist:

$$D = \frac{6{,}93 \times \sqrt{10' \times W'}}{\sqrt{H' \times 81{,}75}}$$

Sind die Wassermengen gleich, oder W = W′, so ist:

$$D = \frac{6{,}93 \times \sqrt{10}}{\sqrt{H'}} = \frac{21{,}9}{\sqrt{H'}} \text{ (in englischen Maaßen.)}$$

$$= \frac{50{,}448}{\sqrt{H'}} \text{ (in Metern.)}$$

Wasser nur 10′ hoch zu heben ist. Soll dieses hingegen 40′ oder 4mal höher gehoben werden, so wird der Durchmesser, wenn alles übrige gleich bleibt, 2mal kleiner seyn, oder nur 3,46″ betragen dürfen, denn dann liefert jeder Hub 4mal weniger Wasser; und eben so für 90′ oder eine 9fache Höhe wird derselbe nur ⅓ oder 2,31″ stark seyn müssen.

Ueberhaupt müssen sich die Diameter verhalten umgekehrt wie die Quadratwurzeln der Höhen; oder gerade wie die Quadratwurzeln der Wassermengen, die in derselben Zeit zu liefern sind.

$$(D : D' = \sqrt{H' \times W} : \sqrt{H \times W'})$$

Will man also berechnen, wie groß der Durchmesser seyn muß, wenn das Wasser 50′ hoch zu heben ist, so suche man zuerst die Quadratwurzeln der Zahlen 10 und 50. Diese sind 3,164 und 7,071. Nun setze man

wie 7,071 : 3,164, so 6,93 : ?

Die Rechnung ergibt 3,10 als gesuchten Diameter.

Auf diese Weise hat Ferguson für die Höhen von 10 — 100′ (engl.) folgende Kolbendurchmesser und Wassermengen, welche ein Mann von gewöhnlicher Stärke heben kann, per Minute (wo der Hebelarm der Kraft 5mal länger, als derjenige der Last angenommen ist) berechnet:

Höhe der Pumpe.		Diameter des Kolbens.		Wassermenge in 1 Min.	
Feet.	Meter.	Inches.	Centimeter.	Gallonen.	Liter.
10	3,048	6″,93	17,60	$81\frac{5}{8}$	309,14
15	4,572	5,66	14,38	54.4	206,8
20	6,096	4,90	12,45	40.7	154,7
25	7,620	4,38	11,125	32.6	123,8
30	9,144	4,00	10,16	27.2	103,15
35	10,668	3,70	9,40	23.3	88,4
40	12,192	3,46	8,79	20.3	77,4
45	13,716	3,27	8,31	18.1	68,8
50	15,240	3,10	7,77	16.3	61,9
55	16,764	2,95	7,49	14.7	56,3
60	18,288	2,84	7,21	13.5	51,6
65	19,812	2,72	6,91	12.4	47,6
70	21,336	2,62	6,665	11.5	44,2
75	22,860	2,53	6,43	10.7	41,3
80	24,384	2,45	6,22	10.2	38,7
85	25,907	2,38	6,045	9.5	36,4
90	27,431	2,31	5,87	9.1	34,4
95	28,955	2,25	5,715	8.5	32,6
100	30,479	2,19	5,56	8.1	30,9

Anmerkung. Das dieser Tafel zum Grunde liegende Moment scheint für eine anhaltende Arbeit freilich etwas groß; denn 188840 Cub." Wasser wägen an 7750 englische Pfund. Und noch ist ⅓ für die Reibung hinzuzurechnen. Manche Engländer nehmen aber für das Moment einer Pferdekraft 44000 Pfund an, und für das des Menschen ⅕ des letztern, also 8800 Pfund.

Nr. 3.

Berechnung größerer Pumpen.

Die zum Treiben großer Pumpen, die durch Pferde, Wasserräder oder Dampfmaschinen in Bewegung gesetzt werden, erforderliche **Kraft**, berechnet sich zunächst aus dem Gewicht des in 1 Minute gelieferten Wasserquantums und der Höhe, zu welcher es gehoben wird.

Beispiel. 1) Welche Kraft erheischt eine Pumpe, die per Minute 175 Viergallonen Wasser 252 Fuß hoch hebt?

1 Viergallone Wasser wiegt circa 10¼ Pfund, also 175 Gallonen 1799 Pfund.

Diese mit 252 multiplizirt, geben 453348 Pfund als Moment, und rechnet man 44000 Pfund auf 1 Pferd, so erhält man eine Kraft von $10\frac{3}{10}$ Pferden oder 12½ Pferden, die Reibung inbegriffen. Rechnet man 33000 auf 1 Pferd, so findet man eine Kraft von $13\frac{8}{11}$ Pferden und von 16½ mit der Reibung.

Es ist vortheilhaft, der Länge des Kolbenhubes nicht über $2-3^{m}$ (7') zu geben.

Eine gut construirte und in gutem Stande befindliche Pumpe kann bei jedem Kolbenhube folgende Wassermenge heben: *)

$$M = \frac{0,95\ l d^2 \times 0,7854}{10000} \text{ folglich } d = \sqrt{\frac{M}{0,000075\ l}}$$

$$= 0,000075\ l d^2 \text{ Cubikmeter} = \sqrt{\frac{M}{0,0001875}}$$

oder in Pariserfußen:

$$M = \frac{0,95\ l d^2 \times 0,7854}{144} \text{ folglich } d = \sqrt{\frac{M}{0,005181\ l}}$$

$$= 0,005181\ l d^2\ \Box' = \sqrt{\frac{M}{0,0129525}}$$

wo l die Länge des Kolbenhubes in Metern oder Fußen, und d den Diameter der Pumpe in Centimetern oder Zollen bedeutet.

Bei der Berechnung der Kraft, welche es braucht, um eine gegebene Wassermenge eine gegebene Höhe hinaufzuheben, muß zu dieser Höhe noch $\frac{1}{20}$ derselben für die Reibung des Kolbens gezählt werden, und ferner noch wegen der Kraft, welche es braucht, um dem Wasser die erforderliche Geschwindigkeit zu geben, so viel mal 5 Dezimeter (1'5418), als es Pumpenhübe braucht, um das Wasser zu der gegebenen Höhe zu heben, oder:

$$h' = \frac{21}{20} h + 0^m,5\ x.$$

*) S. Dampfmaschinenlehre von Tretgold.

Anstatt einer Höhe von 60^m muß also z. B. eine Höhe von

$$\frac{21}{20} \times 60 + 0^m,5 \times 24 = 75^m$$

in Rechnung gezogen werden, da die vortheilhafteste Länge des Kolbenhubes $= 2\frac{1}{2}^m$ ist, und hiemit $\frac{60}{2\frac{1}{2}} = 24$ Kolbenhube gemacht werden müssen, um das Wasser auf die angegebene Höhe zu bringen.

Beispiel. 2) Welche Kraft wird erfordert, wenn ein Wasser-Behälter, der 25′ lang, 20′ breit und 10′ (franz. M.) tief ist, in 40 Minuten gefüllt werden soll, wenn die Ausflußröhre der Pumpe 60′ über dem untern Wasserstande liegt?

Der Inhalt des Behälters ist $= 25 \times 20 \times 10 = 5000$ Cubikfuß. In einer Minute muß die Pumpe also $\frac{5000}{40} = 125$ Cubikfuß auf eine Höhe von 60′ heben.

Da ein Cubikfuß $69\frac{1}{2}$ Pfund wiegt, so wägen 125 Cubikfuß circa 8690 Pf. Anstatt einer Höhe von 60′ muß aber eine Höhe von

$$\frac{21}{20} \times 60' + 1',5418 \times \frac{60}{7} = 76'$$

in Rechnung gebracht werden.

Um 8690 Pf. auf 76′ zu heben, bedarf es einer Arbeit $= 8690 \times 76 = 660440$ Pf. oder $= 20$ Pferdekräften.

Beispiel. 3) Wie weit müßte der obige Pumpstiefel seyn, wenn er jenes Quantum Wasser heben soll und wenn er in 1 Min. 40 Hübe von 2′ machte?

Bei jedem Kolbenzuge sind hiemit $\frac{125}{40} = 3,12$ Cubikfuß Wasser zu heben. Es ist

$$d = \sqrt{\frac{M}{0,005181\ l}} = \sqrt{\frac{3,12}{0,005181 \times 2'}} = 17,3 \text{ Zoll.}$$

Der Pumpenstiefel müßte also 17,3 Zoll Durchmesser haben.

Bei Pumpwerken, welche zur Wasser-Versorgung von Städten bestimmt sind, hat man, da das Wasser nie senkrecht in die Röhren hinaufsteigen kann, in obige Formel statt 5 Dezimeter

$$\frac{v^2\ L}{5\ D} \text{ Meter}$$

zu setzen, wo v die Geschwindigkeit in Metern per Sekunde, L die Länge der Röhren, durch welche das Wasser fließen muß, in Metern, und D den Diameter derselben in Centimetern bedeutet.

Ferner ist die Kolbenreibung zu $\frac{1}{10}$ der Höhe anzurechnen. Tretgold rechnet in einer Stadt für jede Haushaltung täglich 280 Liter Wasser. In England rechnet man 56 Liter für jeden Einwohner, und wenn das Wasser, welches in Fabriken und Gewerben und zum Spritzen der Straßen im Sommer gebraucht wird, mit eingerechnet wird, für jeden Einwohner im Durchschnitt 112 Liter täglich. Diese Zahlen sind aber auch als Maximum anzunehmen.

Beispiel. 4) Eine Stadt von 12,000 Einwohnern soll durch ein Pumpwerk mit Wasser versehen werden, und zwar aus einem 25 Meter tiefer liegenden Flusse. Auf jeden Einwohner werden täglich 56 Liter Wasser gerechnet, und die Pumpe soll in 12 Stunden das nöthige Wasser herbeischaffen. Es fragt sich, welche Kraft und welche Dimensionen die Pumpe haben muß?

Es müssen hiemit in 12 Stunden 56 × 12000 = 672000 Liter oder in 1 Sekunde ungefähr 16 Liter gehoben werden.

Anstatt 25 Meter Höhe muß folgende Höhe in Rechnung gebracht werden:

$$H = \frac{11}{10} \times 25 + \frac{v^2\ L}{5\ d} \times \frac{25}{2^m{,}5}$$

Es sey die Totallänge der Röhrenleitungen = 800 Meter, der Diameter derselben = 15cm = 1,5 Dezimeter, so ist:

$$v = \frac{16\ l}{0{,}7854 \times (1{,}5)^2} = 9 \text{ Dezimeter} = 0^m{,}9$$

$$\text{und } v^2 = 0^m{,}81 \text{, folglich}$$

$$H = \frac{11}{10} \times 25 + \frac{0^m{,}81 \times 800}{5 \times 15}$$

$$= \frac{55}{2} \times 28{,}8 = 56^m{,}3$$

Es erheischt hiemit eine Arbeit von $16^{kil.} \times 56{,}3 = 900$ k × m, und da eine Pferdekraft = 75 k × m, eine Maschine von $\frac{900}{75} = 12$ Pferdekräften.

Gesetzt nun, die Pumpe mache in 2 Sekunden einen Kolbenzug, so ist die Menge Wassers, welche bei jedem Zuge gehoben wird = 2 . 16 = 32 Liter = 0,032 Cubikmeter, folglich:

$$d = \sqrt{\frac{0{,}032}{0{,}0001875}} = 13 \text{ Centimeter Diameter des Pumpenstiefels.}$$

Es sind ferner folgende Bemerkungen für alle Arten Pumpen zu machen:

1) Da die anzuwendenden Kräfte im quadratischen Verhältnisse zu den Geschwindigkeiten, im einfachen Verhältnisse aber zu den Wassermengen sind, so folgt hieraus, daß, wenn man die zu liefernde Wassermenge vermehren will, man nicht die Geschwindigkeit des Kolbens, sondern vielmehr die Masse und hiemit den Diameter desselben vergrößern muß.

Gibt man z. B., um eine doppelte Menge Wassers zu haben, dem Kolben eine doppelt so große Geschwindigkeit, so muß die anzuwendende Kraft vierfach seyn.

Für eine konstante Geschwindigkeit muß man hingegen zwar den Diameter des Kolbens viermal so groß machen, die anzuwendende Kraft wird aber das Doppelte seyn müssen. *)

2) Aus eben diesem Grunde ist es vortheilhaft, die Saugröhre, so wie die Röhre oberhalb des Stiefels nicht enger (wie dieß noch jetzt gewöhnlich geschieht), sondern wenigstens eben so weit als den Stiefel selbst zu machen.

Die Länge des Kolbenhubes muß ferner so groß als möglich seyn, da die häufigen Abwechslungen in der Bewegung der Kolbenstange viel Kraft absorbiren.

Gewöhnlich gibt man dem Kolbenhube in Pumpen, welche von Hand getrieben werden, 16 — 32^{cm}, und bei solchen, welche durch Dampfmaschinen oder Wasserräder bewegt werden, 50^{cm} bis 3^{m} Länge. Die Geschwindigkeiten, welche man dem Kolben gibt, sind ungefähr zwischen 12^{cm} und 1^{m} per Sekunde enthalten.

3) Man unterscheidet im Allgemeinen zweierlei Pumpen, die Saugpumpe und die Druckpumpe. Bei der erstern hat während des Hinaufsteigens des Kolbens eine Communikation zwischen der Saugröhre und dem Stiefel statt, und der Kolben hat daher den Druck der ganzen Wassersäule vom

*) Es ist nämlich, wenn P und P′ die anzuwendenden Kräfte, W und W′ die zu liefernden Wassermengen bedeuten:

$$P : P' :: m V^2 :: M' V'^2.$$

$$\text{für } m = m' \text{ ist } W^2 : W'^2 :: V^2 : V'^2 :: P : P'$$

$$\text{für } V = V' \text{ ist } W : W' :: d^2 : d'^2 :: P : P'$$

obern bis zum untern Wasserstande zu ertragen. Bei der Druckpumpe hingegen ist bei dem Hinaufsteigen die Communikation zwischen der obern Röhre und dem Stiefel, und beim Heruntergehen diejenige zwischen der Saugröhre und dem Stiefel geschlossen, so daß der Kolben im Hinaufgehen nur den Druck der untern, im Heruntergehen nur den Druck der obern Wassersäule zu ertragen hat. Es ist also bei dieser Pumpe nur die längere dieser beiden Wassersäulen in Rechnung zu bringen.

Bezeichnet man diese letztere Höhe durch h, die ganze Höhe, auf welche das Wasser zu heben ist, durch $h + h'$, das Gewicht des Wassers durch δ, den Diameter des Kolbens durch D und seine Geschwindigkeit durch v, so hat man für eine gegebene Wassermenge W:

$$D = \sqrt{\frac{4\ W}{\pi\ v}}$$

und für eine gegebene Kraft P, wenn die Reibung, so wie das Gewicht der Kolbenstange nicht eingerechnet wird, (was von keinem Nachtheil ist, wenn die totale Höhe weniger als 4^m beträgt):

bei der Saugpumpe: $D = 2 \sqrt{\frac{P}{\pi\ (h + h')\ \delta}}$

bei der Druckpumpe: $D = 2 \sqrt{\frac{P}{\pi\ h\ \delta}}$

Beispiel: Wie groß muß der Diameter des Kolbens einer Saugpumpe seyn, welche von einem Pferde bewegt werden und die das Wasser auf eine Höhe $(h + h')$ von 4^m heben soll?

Da der dynamische Effekt eines Pferdes = 75 k × m per Sekunde ist, so ist, wenn man dem Kolben eine Geschwindigkeit von 0^m,75 per Sekunde gibt, der Druck auf den Kolben oder P = 100 Kil. und folglich

$$D = 2 \sqrt{\frac{100}{3,14 \times 4 \times 1000}}$$
$$= 0^m,17 = 17 \text{ Centimeter.}$$

4) Ist die Geschwindigkeit des Kolbens = v und die Höhe einer Wassersäule, welche dem Druck einer Atmosphäre das Gleichgewicht hält = 10^m = k, so ist die Höhe, auf welche das Wasser in einer Saugpumpe gehoben werden kann, oder:

$$h = \frac{0,85 \times (\sqrt{(2gk)} - v)^2}{2g}$$

Beispiel. Auf welche Höhe kann das Wasser in einer Saugpumpe gehoben werden, wenn die Geschwindigkeit des Kolbens = 1′ per Sekunde ist?

Antwort.

$$h = \frac{0,85 \times (\sqrt{(60 \times 32)} - 1')^2}{60} = 26' \text{ hoch.}$$



Nr. 4.

Ueber die Reibung des Kolbens in Pumpenstiefeln. *)

Die Erfahrung lehrt, daß bei gut eingerichteten Pumpen die Pression auf 1 □″ der reibenden Oberfläche, welche theils durch die Pression auf den Kolben selbst, theils durch die Elasticität des Kolbens hervorgebracht wird, wenigstens der Pression auf 1 □″ der horizontalen Oberfläche gleich seyn muß, damit kein Wasser entweiche. Bezeichnet man diese letztere durch p und ist ferner:

D der Diameter des Kolbens in Centimetern oder Zollen,
L seine Höhe, und
f das Verhältniß der Reibung zur Pression,

so ist die totale Reibung des Kolbens gegen die Wände des Pumpenstiefels, oder:

$$F = \pi \, D L \, p f.$$

*) S. Tretgold, Traité des machines à vapeur.

Für f sind nun folgende Werthe aufgefunden worden:

für Garnituren aus Hanf $f = \frac{1}{6}$,
„ „ „ Leder $f = \frac{1}{5}$,
„ „ „ Kupfer $f = \frac{1}{8}$ bis $\frac{1}{10}$.

Damit der Kolben durch die auf ihn ausgeübte Pression nicht von seiner Richtung abgeleitet werde, muß sich ferner die Höhe des Kolbens zu seinem Diameter verhalten, wie die Reibung zur Pression, oder:

$$L : D :: f : 1,$$

folglich $L = Df$,

für hänfene Garnitirung muß also die Höhe des Kolbens wenigstens $\frac{1}{6}$ seines Diameters, für lederne $\frac{1}{5}$ und für messingene $\frac{1}{10}$ seines Diameters betragen. Man hat alsdann für die Reibung:

$$F = \frac{11}{10} \pi D^2 p f^2,$$

wo $\frac{1}{10}$ für die Reibung der Gelenke an der Kolbenstange eingerechnet ist. Da die angewandte Pression auf den Kolben

$$= \frac{\pi d^2 p}{4}$$

ist, so ist der Rapport der Reibung zu dieser Pression $= 4{,}4 f^2 : 1$.

Beispiel. Wie groß ist die Reibung eines Kolbens von 6″ Diameter, dessen Garnitur aus Hanf besteht, und der einen Druck von 10 Kil. auf den □″ zu erleiden hat?

Antwort.

$$F = 3{,}14 \times 6^2 \times 10^k \times \left(\frac{1}{6}\right)^2 \times \frac{11}{10}$$

Die Reibung ist daher = 34,5 Kil., und da die totale Pression auf denselben

$$= \frac{\pi\, D^2\, p}{4} = 282{,}6 \text{ Kil. ist,}$$

so kann der Kolben noch einen Druck von 282,6 — 34,5 = 248,1 Kil. fortpflanzen. Diesen Druck vervielfacht mit der Geschwindigkeit des Kolbens, gibt den Nutzeffekt der Pumpe an.



Nr. 5.

Von der Geschwindigkeit des Wassers in Flüssen, Kanälen u. s. w.

Die Bewegung des Wassers in Flußbetten rührt allein von der Neigung her, welche diese haben. Wäre die Oberfläche des Wassers ganz horizontal, so würde keine Bewegung statt haben, und je geneigter daher ein Kanal ist, desto größer ist die Geschwindigkeit des Wassers in demselben. Ferner ist letztere desto größer, je kleiner der Umfang des Profils im Verhältnisse zu dem zugehörigen Flächeninhalt ist. Die halbe Kreisfläche und die halbe quadratische Fläche sind daher die günstigsten Profile.

(Unter den tropezförmigen ist das halbe Sechseck vorzuziehen). Bei der Anlegung derselben kommt sehr viel auf die Beschaffenheit des Bodens an. In sehr sandigem und lockerem Boden gibt man den Seitenwänden des Kanales eine Neigung von 36° — 45°, in festerem, etwas thonigtem Boden eine Neigung von 53° — 75°.

Die Geschwindigkeit des Wassers ist übrigens sehr verschieden, je nach der Tiefe desselben. An der Oberfläche, oder vielmehr etwas unter derselben, ist sie am größten.

Man erhält daher bei der Anwendung der zur Bestimmung der Geschwindigkeit dienlichen Instrumente (welche sich gewöhnlich nur auf dem Wasserspiegel macht), eine zu große Geschwindigkeit und hiemit auch eine zu große Menge hindurchfließenden Wassers.

Dubuat hat aus zahlreichen Versuchen folgende Verhältnisse aufgefunden, zwischen der Geschwindigkeit an der Oberfläche des Wassers und der mittlern Geschwindigkeit oder derjenigen, mit welcher das Wasser durch alle Punkte des Profils laufen müßte, um die effektive Menge Wassers zu liefern.

Geschwindigkeit an der Oberfläche (U). per Sekunde:	Verhältniß der mittleren Geschwindigkeit zu der an der Oberfläche (V : U).
$0^{m},5$	0,786
1,0	0,812
1,5	0,832
2,0	0,848
2,5	0,862
3,0	0,873
3,5	0,883
4,0	0,891
4,5	0,898
5,0	0,904

und Prony hat aus denselben folgende Formel gezogen, welche indessen nur für eine Geschwindigkeit von höchstens 5 Metern gilt (in Metern ausgedrückt):

$$V = \frac{U\,(U + 2{,}37187}{U + 3{,}1532}$$

wo V die mittlere Geschwindigkeit, U diejenige an der Wasser-Oberfläche bedeutet.

Hat man daher die oberflächliche Geschwindigkeit des Wassers in einem Flusse durch Versuche gefunden, so hat man dieselbe nur noch mit den in der zweiten Colonne angegebenen Coeffizienten oder mit $\frac{4}{5}$ ungefähr zu vervielfachen, oder letztere Formel anzuwenden, um die mittlere Geschwindigkeit zu erhalten.

(Es ist noch vorläufig zu bemerken, daß die Geschwindigkeit an dem Orte gemessen werden muß, wo dieselbe angewendet werden soll. An den Ufern ist sie gewöhnlich weit geringer, als in der Mitte des Kanales oder Flusses).

Diese mit dem Querprofile oder der Sektion des Kanales vervielfacht, gibt die Wassermenge an, welche in einer bestimmten Zeit hindurchfließt.

Läßt man dieses Wasser durch die Oeffnung eines Schutzbrettes fließen, so muß man die erhaltene Wassermenge noch mit dem Rapporte der theoretischen Wassermenge zur effektiven (=0,63), vervielfachen, um die wirkliche Menge zu erhalten, welche zur Schutzöffnung hinausfließt.

Beispiel. Wie viel Wasser läuft in 1 Sekunde durch einen Kanal, dessen Sektion = 80 □′ ist, und in welchem die Oberfläche des Wassers eine Geschwindigkeit von 3′ per Sekunde hat?

Antwort. $V = 5 \times \frac{4}{5} = 2',4$ mittlere Geschwindigkeit, $W = 2',4 \times 80 = 192$ Cub.′ per Sekunde, und durch die Anwendung eines Schutzbrettes wird diese Wassermenge auf $192 \times 0,63 = 121$ Cub.′ reduzirt.

Nr. 6.

Bewegung des Wassers in Kanälen und Röhren, und Bestimmung der Neigung, welche man denselben geben muß.

Prony gibt folgende empirische Formeln für die Geschwindigkeit des Wassers in Betracht auf die Reibung desselben gegen die Wände des Kanals oder der Röhre an, (alles in Metern ausgedrückt): *)

$$\text{I)}\ v = 53{,}58 \sqrt{\frac{R\,J}{L}} \text{ und folglich}$$

$$\text{II)}\ J = 0{,}000348 \frac{L\,v^2}{R}$$

wo v die mittlere Geschwindigkeit des Wassers per Sekunde, L die Länge der Wasserleitung, J ihre Neigung oder den vertikalen Abstand des Niveaus im obern Behälter vom Centrum

*) Diese Gleichung bezieht sich indessen nur auf den Fall, wo die Länge der Wasserleitung wenigstens hundertmal so groß ist, als deren Breite.

der Ausflußöffnung und R den mittlern Radius oder Quotienten bedeutet, welchen man erhält, wenn man die benetzte Sektion des Kanales oder der Röhre durch den Perimeter derselben theilt.

Ist ferner h die Höhe des Wassers im Kanal, l die Breite desselben, so ist das Quantum der in 1 Sekunde ausfließenden Wassermenge, oder:

$$\text{III)}\ D = h l v.$$

Bei rektangulären offenen Kanälen ist die benetzte Sektion $= hl$, der Perimeter derselben $= l + 2h$, folglich der mittlere Radius oder:

$$R = \frac{hl}{l + 2h}$$

Dieser Werth kann auch für Kanäle angewendet werden, deren Sektion ein Trapezoid ist. Es bedeutet alsdann l die mittlere Breite oder die halbe Summe der obern und untern Breite des Kanals.

Bei runden Röhren, worin das Wasser die ganze Sektion einnimmt und deren Diameter $= d$ ist, ist die Sektion

$$= \frac{\pi\ d^2}{4}$$

der Perimeter der benetzten Sektion $= \pi\ d$, folglich:

$$R = \frac{\pi\ d^2}{4\ \pi\ d} = \frac{d}{4}$$

Bildet hingegen die innere Sektion die Röhre ein Rektangel, so ist:

$$R = \frac{h\ l}{2\ (l + h)}$$

Indem man nun den einen oder andern Werth für R, je nach den verschiedenen Fällen, welche sich darbieten, in die Gleichung I oder II einführt, kann man jedesmal zwei der verschiedenen Größen D, h, l, v, J, d berechnen, wenn die andern gegeben sind.

Man sieht übrigens aus Gl. II, daß es vortheilhaft ist, bei einer gegebenen Menge ausfließenden Wassers die Sektion des Kanals groß zu machen, und dagegen die Geschwindigkeit des Wassers darin zu vermindern, da es alsdann eine kleinere Neigung desselben braucht und hiemit ein kleinerer Verlust an Fallhöhe verursacht wird. Aus diesem Grunde gibt man dem Wasser nie eine größere Geschwindigkeit, als die von 1 Meter per Sekunde. Die kleinste Geschwindigkeit, welche man anwendet, ist $= 0^m,15$ bis $0^m,20$ per Sekunde, welche einer Geschwindigkeit an der Oberfläche von $21 - 27^{cm}$ entspricht. Diese Geschwindigkeit muß vorzüglich dann vermindert werden, wenn der Kanal eine beträchtliche Länge hat.

Beispiel 1. Wie groß muß die mittlere Geschwindigkeit des Wassers in einem offenen Kanale und die Höhe desselben seyn, wenn die Menge des ausfließenden Wassers per Sekunde 800 Liter, die Länge des Kanals 800^m, die Breite $2^m,50$ und die Neigung desselben auf die ganze Länge $0^m,08$ beträgt?

Antwort. Nehmen wir für einen Augenblick $h = 1^m$ an, so findet man aus Gl. I:

$$v = 53,58 \sqrt{\frac{2,50 \times 0,08}{4,50 \times 800}} = 0^m,4,$$

und aus dieser Geschwindigkeit findet man nach Gl. III:

$$h = \frac{0^m,800}{2,50 \times 0^m,4} = 0^m,8.$$

Führt man diesen Werth in die Gl. I. ein, so erhält man:

$$v = 53,58. \sqrt{\frac{0^m,8 \times 2,5 \times 0,08}{(2,5 + 1,6) \times 800}} = 0^m,375$$

und aus dieser Geschwindigkeit nach Gl. III:

$$h = \frac{0^m,800}{2,50 \times 0,375} = 0^m,85.$$

Die erstere Annahme für h (1ᵐ) war also zu groß, die letztere ($0^m,8$) zu klein. Indem man nun das Mittel zwischen den Geschwindigkeiten nimmt, welche diesen beiden Höhen correspondiren, so erhält man ziemlich genau die richtige Geschwindigkeit des Wassers. Es ist daher:

$$v = \frac{0^m,4 + 0,375}{2} = 0^m,388$$

und hiemit

$$h = \frac{0^m,800}{2,5 \times 0,388} = 0^m,825.$$

Beispiel 2. Wie groß muß der Diameter einer cylindrischen Röhre seyn, deren Länge = 600 Meter und deren Neigung = $0^m,25$ ist, wenn die Geschwindigkeit des Wassers = $0^m,32$ ist, und wie groß ist alsdann die ausfließende Wassermenge?

Antwort.

$$v = 53,58. \sqrt{\frac{d\,J}{4\,L}}$$

folglich

$$d = \frac{4\ v^2\ L}{(53,58)^2 \times J} = \frac{4 \times (0,32)^2 \times 600}{(53,58)^2 \times 0,25}$$

$0^m,085 = 8\frac{1}{2}$ Centimeter, folglich:

$$D = \frac{\pi\ d^2}{4} \times v = 0,7854 \times (0,085)^2 \times 0^m,32$$

$$= 1^l,815 \text{ per Sekunde.}$$

Beispiel. 3. Wie groß muß die Neigung einer rektangulären Röhre von $0^m,30$ Höhe, 2^m Breite und 300^m Länge seyn, wenn per Sekunde 500 Liter durchfließen sollen?

Antwort. Nach Gl. III:

$$v = \frac{D}{h\,l} = \frac{0,500}{0,3 \times 2} = 0^m,8$$

und nach Gl. II:

$$J = 0,000348 \times \frac{2,60}{0,6} \times 300^m \times (0,8)^2$$

$$= 0^m,2895.$$

Bestimmung der Dicke der Röhren.

Je höher das Wasser in der Röhre steht, desto größer ist der Druck, welcher dieselbe zu bersten sucht und desto grössern Widerstand muß diese ihm daher entgegensetzen können. Die Röhre muß ferner um so dicker seyn, je größer ihr Durchmesser ist.

Sind daher die Durchmesser zweier Röhren D und d, die senkrechten Höhen derselben, welche mit Wasser gefüllt sind, H und h, und ihre Dicken E und e, so hat folgende Proportion statt

$$E : e :: HD : hd,$$

und folglich:

$$E = \frac{e}{hd} \times HD.$$

Bestimmt man also durch Versuche die Werthe e, h und d, für gewisse Materien, woraus die Röhren verfertigt sind, so ist es alsdann leicht, die Dicke einer Röhre von jeder andern Dimension zu finden.

Aus den Versuchen von Parent und Bélidor können folgende Werthe für E abgeleitet werden, in welchen die Höhe H in Fußen, D in Zollen und E in Linien ausgedrückt ist.

1) Für bleierne Röhren . . . . $E = \frac{HD}{80}$

2) für gußeiserne Röhren . . . . $E = \frac{HD}{200}$

3) für Röhren, welche aus einer Mischung von Kupfer, Zinn und Zink bestehen . . . . $E = \frac{HD}{240}$

4) für Röhren aus Buchenholz, welche mit eisernen Ringen beschlagen sind . . . . $E = \frac{HD}{112}$

5) für Röhren aus Fichtenholz mit eisernen Ringen beschlagen . . . . $E = \frac{HD}{4}$

Beispiel. Wie dick muß eine gußeiserne Röhre seyn, welche 50′ hoch mit Wasser gefüllt ist und einen Diameter von 6″ hat?

Antwort. $E = \frac{HD}{200} = \frac{50 \times 6}{200} = 1\frac{1}{2}'''$.

Anmerkung. Da die Materien nicht immer von gleicher Güte und besonders gegossene Röhren nicht überall von gleicher Stärke sind, so ist es vortheilhaft, bleiernen Röhren 1‴, eisernen 2‴ und hölzernen 6‴ an der durch Rechnung gefundenen Dicke zuzusetzen. Sind ferner die Röhren sehr hoch, so kann der obere Theil derselben etwas dünner gemacht werden, da der Druck des Wassers in denselben eigentlich proportional mit der Wasserhöhe wächst und folglich unten am größten ist.

Nr. 7.

Von den Wasserrädern.

Man theilt die Wasserräder wesentlich in folgende ein:

I. Vertikale, deren Achse also horizontal ist. *)

1) Unterschlächtige Räder oder solche, welche durch den Stoß des Wassers allein in Bewegung gesetzt werden, und daher mit Schaufeln versehen sind, auf welche das Wasser senkrecht wirkt. Sie werden angewendet bei Wasserfällen, welche gewöhnlich kleiner sind, als 2 — 3ᵐ;

a) solche, welche sich in Kanälen bewegen, welche auf beiden Seiten mit Wänden umgeben sind, und deren Breite nicht viel größer, als diejenige des Rades selbst ist;

b) solche, welche sich ganz frei in Kanälen oder Flüssen bewegen, und bei welchen das Wasser auf beiden Seiten des Rades ungehindert entweichen kann.

---

*) In Hinsicht auf ihre Construktion unterscheidet man die Strauberräder oder solche, welche einen Kranz haben, auf dessen Stirne die Schaufeln befestigt sind, und die Staberräder, welche mehrere Kränze haben, zwischen welchen die Schaufeln eingesetzt sind.

Solche Räder müssen, wenn das Niveau des Flusses veränderlich ist, mit ihrer Unterlage und dem mit ihrer Welle verbundenen Räderwerke etwas gehoben oder gesenkt werden können. Man nennt sie Pansterräder, und solche, welche eine beträchtliche Breite haben, sind unter dem Namen Schiffsmühlenräder bekannt.

2) Oberschlächtige Räder oder solche, die blos durch das Gewicht des Wassers in Bewegung gesetzt werden, und daher mit Zellen oder Kübeln versehen sind, welche das herabfallende Wasser auffangen.

3) Mittelschlächtige Räder, auf welche das Wasser sowohl durch den Stoß, als auch durch den Druck wirkt, und welche daher mit Schaufeln oder mit Kübeln oder mit beiden zugleich versehen seyn können. Das Wasser fällt bei denselben meistens ein wenig unterhalb der Wasserradwelle auf das Rad.

Zu den unterschlächtigen Rädern gehören überdieß noch:

4) Poncelet's unterschlächtige Räder mit krummlinigten Schaufeln, welche als die vollkommensten Wasserräder anzusehen sind, wie späterhin gezeigt wird.

II. Horizontale Räder (Turbines), deren Achse vertikal steht,

für Wasserfälle von mehr als $2\frac{1}{2}$ — 3^{m} Höhe. Ihr Diameter beträgt nie mehr als 3^{m}, ihre Breite 16 — 32^{cm}.

Da dieselben sehr schwer zu etabliren sind und einen großen Platz erfordern, so werden sie selten angewendet und nur dann, wo man direkte eine horizontale Bewegung erhalten will, wie z. B. in

Mahlmühlen zur Bewegung des Mühlsteines. Da überdieß noch sehr wenige Beobachtungen über dieselben angestellt worden sind, so wird hier nichts weiter von denselben angeführt werden.

Von dem nützlichen Effekte der verschiedenen Arten Wasserräder.

Aus den vorhergehenden Abschnitten geht hervor, daß der dynamische Effekt eines Wasserfalles erhalten wird, wenn man das Gewicht des ausfließenden Wassers (oder das Produkt der Sektion des Kanales in die Geschwindigkeit des Wassers) mit der disponibeln *) Fallhöhe vervielfacht. Bezeichnet man hiemit dieses Gewicht durch Q, die Fallhöhe durch H, so ist der dynamische Effekt des Wasserfalles $= QH = MgH$.

Indem man nun den nutzbaren Effekt berechnet, welchen ein gewisses Rad leistet, und denselben mit dem dynamischen Effekte der Wasserkraft vergleicht, welche gebraucht wird, um dieses Rad in Bewegung zu setzen, kann man mit Leichtigkeit die Zweckmäßigkeit eines Systemes und seine mehr oder weniger vortheilhafte Construktion beurtheilen.

Es ist noch vorläufig zu bemerken, daß der Umfang des Rades oder der Radschaufeln nicht die nämliche Geschwindigkeit erlangen

*) Unter disponibler Fallhöhe versteht man diejenige, welche man erhält, wenn man von der totalen Fallhöhe diejenige abzieht, welche man theils durch die erforderliche Neigung des Zufluß- und Abgangskanals, theils durch die sonstigen Beschaffenheiten des Gerinnes verliert. (S. u.)

kann, die das auffallende Wasser hat, denn in diesem Falle könnte es gar keinen Widerstand leisten und hiemit auch keinen Effekt hervorbringen. Das vortheilhafteste Verhältniß dieser beiden Geschwindigkeiten wird bei jeder Art von Rädern besonders angeführt werden.

I. Von den unterschlächtigen Rädern, welche sich in einem Gerinne bewegen.

Die Versuche von Bossut und Smeaton zeigen, daß der nützliche Effekt eines solchen Rades in der Praktik höchstens zu $\frac{1}{3}$ des dynamischen Effektes der angewandten Wasserkraft gerechnet werden kann.

Dieses Maximum von Effekt hat statt, wenn die Umfangs-Geschwindigkeit des Rades $\frac{2}{5}$ der Geschwindigkeit des Wassers beträgt.

Es ist hiemit, wenn v die Geschwindigkeit des Rades, P die Pression, welche es bei dieser Geschwindigkeit ausüben kann, S die Sektion der Schutzöffnung und V die Geschwindigkeit des Wassers in derselben bedeutet, der dynamische Effekt des Rades oder:

$$Pv = P \times \frac{2}{5} V = 0{,}33\ QH = 0{,}33\ Q \frac{V^2}{2g}$$
$$= 0{,}017\ QV^2 = 10{,}7\ SV^3\ (\text{Kil.}^m)$$

und $P = \frac{3}{4}\frac{QH}{V} = 0{,}17\ Q\ .\ \sqrt{H} = 26{,}75\ SV^2.$

Aus diesen Formeln gehen überdieß folgende einfache Gesetze hervor, welche ziemlich genau mit den Versuchen von Banks und Smeaton übereinstimmen:

1) Bei gleichen Fallhöhen verhalten sich die nützlichen Effekte wie die Quantitäten des auffallenden Wassers.

2) Bei gleichen Wassermengen verhalten sich die Effekte wie die Fallhöhen und wie die Quadrate der Geschwindigkeiten des Wassers.

3) Bei gleicher Oeffnung im Schutzbrette verhalten sich die Effekte wie die Kuben der Geschwindigkeiten des Wassers. Hat z. B. das Wasser in einem Kanale eine Geschwindigkeit von 3ᵐ, in einem andern eine Geschwindigkeit von 4ᵐ, so verhalten sich die nützlichen Effekte bei gleicher Schutzöffnung wie 27 : 64 = 1 : 2,4, bei gleicher Wassermenge hingegen wie 9 : 16 = 1 : 1,8.

II. Von den unterschlächtigen Rädern, welche sich frei ohne Gerinne bewegen.

Der nützliche Effekt dieser Räder ist höchstens $\frac{1}{4}$ des dynamischen Effekts der Wasserkraft, und wird durch folgende Werthe ausgedrückt, wo S die Oberfläche der Schaufel bedeutet:

$$P v = \frac{1}{4} Q H = \frac{1000}{8} S \frac{V^3}{g} \text{ (Kil.}^m\text{)}$$
$$= 12,75 \, S V^3.$$

Die vortheilhafteste Geschwindigkeit dieser Räder ist $\frac{1}{3}$ derjenigen des Wassers oder $v = \frac{1}{3} V$. Es ist daher die Pression, welche auf die Schaufeln ausgeübt wird, oder:

$$P = 38,25 \, S V^2 \text{ Kil.}$$

III. Von den oberschlächtigen Wasserrädern.

Aus vielfach angestellten Versuchen ergibt sich, daß der nützliche Effekt dieser Räder 0,66 oder $\frac{2}{3}$ des dynamischen Effektes der Wasserkraft beträgt. Indessen kann man denselben bei Rädern, welche gut konstruirt sind und sich außerdem in einem Kropfgerinne bewegen, bis auf 0,70 oder $\frac{7}{10}$ des dynamischen Effektes bringen. Bei mittelschlächtigen Rädern, welche ganz den nämlichen Gesetzen unterworfen sind, ist er hingegen höchstens nur 0,60 oder $\frac{3}{5}$ des dynamischen Effektes.

Die vortheilhafteste Geschwindigkeit dieser Räder ist gleich der Hälfte derjenigen des Wassers, da wo dasselbe die Schaufel des Rades trifft.

Die Erfahrung lehrt ferner, daß der nützliche Effekt eines oberschlächtigen Rades desto größer ist, je kleiner die absolute Geschwindigkeit des Rades und hiemit auch die des Wassers ist.

Hieraus folgt, daß man einem solchen Rade bei gegebener Fallhöhe den größtmöglichen Diameter geben muß.

Dieß ist auch leicht einzusehen, wenn man bedenkt, daß das Wasser sehr schief auf ein oberschlächtiges Rad wirkt, und hiemit der Effekt, den der Stoß des Wassers hervorbringt, äußerst gering ist, im Vergleich mit demjenigen, welcher durch die Pression derselben erzeugt wird.

Es ist indessen nicht vortheilhaft, den Diameter oder die Höhe des Rades zu sehr zu vergrößern, da alsdann nothwendigerweise der Gehalt der Kübel und folglich auch die Breite des Rades vergrößert

werden muß, was eine Vermehrung der Construktionskosten und des Druckes auf die Zapfen zur Folge hat.

Smeaton gibt als die vortheilhafteste Umfangsgeschwindigkeit diejenige von 1ᵐ per Sekunde sowohl für große als auch für kleine Räder an; eine kleine Vergrößerung dieser Geschwindigkeit bringt jedoch, besonders bei großen Rädern, einen unbedeutenden Unterschied in dem nützlichen Effekte derselben hervor.

R. Buchanan gibt an, daß der nützliche Effekt eines oberschlächtigen Rades dann am größten ist, wenn man das Wasser so auf das Rad fallen läßt, daß der Bogen, welcher zwischen dem Anschlagspunkte und dem obersten Punkte des Rades liegt, einem Winkel von $53\frac{1}{8}{}^{\circ}$ entspricht. Es scheint jedoch zweckmäßiger zu seyn, den Diameter des Rades so einzurichten, daß bei vorausbestimmter Umfangsgeschwindigkeit die hervorgebrachte Anzahl von Umgängen desselben am leichtesten in diejenige umzuwandeln ist, welche für die durch das Wasserrad in Bewegung zu setzende Maschinerie erforderlich ist.

Will man z. B. eine Geschwindigkeit von 24 Umgängen per Minute, und zwar vermittelst zweier eingreifender Räder, deren Durchmesser sich zueinander verhalten, wie 1 : 6, so muß das Wasserrad 4 Umgänge per Minute machen, und hiemit, wenn wir eine Umfangsgeschwindigkeit von 1^{m} per Sekunde annehmen, der Diameter des Rades $= \frac{60}{1 \times 3{,}14} = 5^{m}$ seyn.

IV. Poncelet's unterschlächtige Räder mit krummlinigten Schaufeln.

Aus dem vorigen Abschnitte geht hervor, daß die ober- und mittelschlächtigen Räder sich mit einer sehr kleinen Ge-

schwindigkeit bewegen müssen, um einen merklich größern Effekt zu leisten, als die unterschlächtigen Räder.

Da diese Geschwindigkeit für die Betreibung von Maschinen in den meisten Fällen in eine größere umgewandelt werden muß, wodurch ziemlich viel Kraft verloren geht, so sind doch sehr oft die unterschlächtigen Räder denselben vorzuziehen, besonders da, wo ein Fall nicht über 2″ Höhe hat, obschon dieselben, wie schon gesagt, bei Weitem nicht so viel leisten, als die erstern.

Die Räder, welche Herr Poncelet vorgeschlagen hat und die jetzt sehr häufig angewendet werden, haben alle Vortheile der unterschlächtigen Räder und außerdem noch denjenigen, daß ihr Effekt dem der oberschlächtigen Räder gleichkommt.

Diese große Verbesserung besteht darin, daß das Wasser, wenn es auf das Rad fällt, so wie im Innern desselben, durchaus keinen Stoß auf dasselbe ausübt, und das Wasser mit einer geringen Geschwindigkeit aus demselben entweicht. Da die krummlinigten Schaufeln dieser Räder dem Wasser eine Fläche darbieten, welche ganz tangential mit seiner Richtung ist, so fällt das Wasser senkrecht auf dieselben, hebt sich längs denselben durch die Bewegung des Rades, indem es beständig darauf drückt, und erhält durch das Herunterfallen die Geschwindigkeit, welche es zu seinem Entweichen nöthig hat.

Die sorgfältig angestellten Versuche *) des Herrn Poncelet zeigen auch, daß der Rapport des nützlichen Effektes zum angewandten Effekte von 0,6 bis 0,75 geht, und daß für kleine Fallhöhen (unter 2m) und große Schutzöffnungen (15 — 20cm Höhe) der Rapport 0,75, für große Fallhöhen hingegen und kleine Schutzöffnungen der Rapport 0,65 anzunehmen ist.

Die vortheilhafteste Geschwindigkeit des Rades ist endlich = 0,55 derjenigen des Wassers.

Bis dahin haben wir blos den Fall betrachtet, wo die Geschwindigkeit des Rades in einem solchen Verhältnisse zur Geschwindigkeit des Wassers steht, daß dadurch das Maximum des dynamischen Effektes erzielt wird. Oft will man aber den dynamischen Effekt eines Rades berechnen, das nicht gerade die günstigste Geschwindigkeit besitzt. Um diesen zu erhalten, hat man nur das auf obige Weise berechnete Maximum bei unterschlächtigen Rädern, so wie bei Poncelet's Rädern mit

$$\frac{4\,(V - v)\,v}{V^2}$$

und bei oberschlächtigen Rädern mit

*) S. Mémoire sur les roues en dessous à aubes courbes.

$$\frac{gH + V\left(v - \frac{V}{2}\right) - v^2}{gH - \frac{V^2}{4}}$$

zu vervielfachen, wo V die Geschwindigkeit des heranfließenden Wassers, v diejenige des Rades und H die disponible Fallhöhe bedeutet.



Nr. 8.

Von den verschiedenen Theilen der Wasserräder.

Von den Gerinnen.

Es gibt zweierlei Arten Gerinne: das **Kropfgerinne**, welches zugerundet ist und der Krümmung des Rades folgt, und das **Schnur- (Schuß-)gerinne**, welches aus einem gewöhnlich schräg herunterlaufenden Brette besteht.

Unterschlächtigen Rädern gibt man gewöhnlich ein Schnurgerinne, mittelschlächtigen ein Schnurgerinne oder Kropfgerinne, und oberschlächtigen ein Kropfgerinne oder gar keines.

Bedingungen eines gut eingerichteten Gerinnes.

1) Um die Reibung des Wassers in dem Gerinne zu vermeiden, muß dasselbe so kurz als möglich und das Schutzbrett hiemit etwas geneigt seyn.

Es ist vortheilhaft, dasselbe so zu neigen, daß AB (Fig. 3), d. h. die Distanz des Punktes, wo es das Gerinne trifft, von der Vertikalen BD, welche durch den Mittelpunkt des Rades gezogen

wird, die Hälfte seines Radius beträgt, oder daß der Winkel, welchen es mit der horizontalen EB bildet, 54° — 60° ist. Das Schutzbrett muß ferner fast ganz tangential an den äußersten Kreis des Rades seyn.

2) Um die Bewegung des Wassers im Gerinne zu erleichtern, gibt man dem letztern eine Neigung von $\frac{1}{10}$ — $\frac{1}{15}$ seiner Länge oder $\frac{1}{64}$ des Raddiameters.

Da das größte Rad ungefähr 6ᵐ Diameter hat, das kleinste 1ᵐ,30, so ist die größte Neigung = 0ᵐ,1, die kleinste = 0ᵐ,2 und hiemit eine mittlere Neigung von 6ᶜᵐ (für ein Rad von 3ᵐ,65) anzunehmen.

3) Um das Entweichen des Wassers zu erleichtern, bringt man an dem Ende des Gerinnes einen kleinen Absprung an.

Für einen Kanal von 2ᵐ Breite gibt man demselben eine Höhe von circa 4ᶜᵐ. Immerhin muß man ihn so klein als möglich machen, um die Fallhöhe nicht zu sehr zu vermindern. Das Wasser muß ferner erst dann entweichen können, wenn es vollständig gewirkt hat, und der Absprung sich hiemit etwas hinter der senkrechten Linie befinden, welche durch das Centrum des Rades geht.

4) Die disponible Fallhöhe wird um so mehr vermindert, je größer man die Höhe der Schutzöffnung macht. Indessen kann diese nicht zu klein seyn, da alsdann für eine gegebene Wassermenge die Breite derselben und hiemit auch die Breite des Rades zu groß gemacht werden müßte.

Gewöhnlich macht man die Höhe der Schutzöffnung für eine Fallhöhe von ungefähr 2ᵐ kleiner als 30ᶜᵐ, und für eine Fallhöhe, welche kleiner ist, als 1ᵐ, größer als 25ᶜᵐ. Die gewöhnlichsten

Höhen derselben sind zwischen 16 und 50 ᶜᵐ enthalten. Die Breite der Schaufeln oder Kübel, welche das Wasser auffangen, muß um etwa 4 — 6 ᶜᵐ größer seyn, als die Breite der Schutzöffnung.

5) Aus dem Vorhergehenden geht hervor, daß die totale Fallhöhe um folgende Höhen vermindert wird:

1) Um die Neigung des Gerinnes oder ungefähr 6ᶜᵐ,
2) um den Absprung 4
3) um die halbe Höhe der Schutzöffnung . 10

20ᶜᵐ.

Zählt man diese Höhe von 20 Centimetern oder diejenige, welche man für jeden einzelnen Fall zu bestimmen hat, von der totalen Fallhöhe ab, so erhält man die disponible Fallhöhe, welche diejenige ist, die überall in Rechnung statt jener gebracht werden muß.

Die Länge des Gerinnes von dem Schutzbrette macht man gewöhnlich = $2\frac{1}{2}$ mal, dessen Breite oder $ac = 2\frac{1}{2}$ ad (Fig. 4), ferner gibt man demselben im Grundrisse mit Vortheil die Gestalt des contractirten Wasserstrahles und zwar so, daß $ef = \frac{5}{4}$ ad.

Bestimmung der übrigen Theile der verschiedenen Wasserräder.

Unterschlächtige Räder mit Gerinne.

Die Länge der Schaufeln beträgt gewöhnlich 30 — 40 ᶜᵐ, die Schaufel muß ferner um $\frac{2}{3}$ ihrer Länge in's Wasser ein-

tauchen. Der Kreis, welcher durch die Mitte der eingetauchten Länge der Schaufeln gezogen wird, wird die **mittlere** Cirkumferenz genannt, und der Diameter derselben ist derjenige, welcher in Rechnung gebracht wird.

Die vortheilhafteste Neigung der Schaufel hat statt, wenn dieselbe mit dem Radius, der durch den am innern Kreise liegenden Anfangspunkt der Schaufel gezogen wird, einen Winkel von 15 — 30° bildet.

Ist d der mittlere Diameter des Rades, in Metern ausgedrückt, so ist die Anzahl von Schaufeln, welche man dem Rade gibt, = 6 d.

Ist n die Anzahl von Umgängen, welche das Rad in 1 Min. macht, so ist die Geschwindigkeit desselben per Sekunde

$$= \frac{\pi\ n\ d}{60}$$

und diese ist gleich $\frac{2}{5}$ derjenigen des Wassers, oder:

$$\frac{\pi\ n\ d}{60} = \frac{2}{5}\ V$$

folglich $n\ x = 4\ V$.

Diese Art Wasserräder haben hiemit den Vortheil, daß man ihren Diameter, sowie die Anzahl von Umgängen, nach Belieben abändern kann, ohne eine Verminderung des nützlichen Effektes derselben befürchten zu müssen.

Unterschlächtige Räder ohne Gerinne.

Bei denselben ist es am vortheilhaftesten, wenn die Schaufel ganz in das Wasser taucht. Die Länge derselben

wird $\frac{1}{3}$ — $\frac{1}{4}$ des äußern Halbmessers des Rades gemacht, und beträgt gewöhnlich zwischen 50 ^{cm} und 80 ^{cm}. Man gibt hiemit diesen Rädern einen Diameter von 3 — $6\frac{1}{2}$ Metern.

Der Winkel, welchen die Schaufel mit dem Radius machen muß, beträgt hier 25°.

Oberschlächtige Räder. Der Totalinhalt, welchen die Schaufeln ausmachen, oder der sich zwischen dem äußern und innern Kreise des Rades befindet, muß wenigstens das Doppelte der einfließenden Wassermenge betragen.

Man hat daher:

$$r = \sqrt{r'^2 \times \frac{38\ Q}{n l}}$$

wo r der äußere, r′ der innere Halbmesser des Rades, Q die Wassermenge per Sekunde und n die Anzahl Umgänge des Rades per Minute bedeutet.

Die Entfernung zwischen zwei nebeneinander stehenden Schaufeln muß ferner wenigstens eben so groß seyn, als die Höhe der Schutzöffnung, woraus sich sehr leicht die Anzahl der Schaufeln, welche das Rad haben muß, berechnen läßt.

Unterschlächtige Räder mit krummlinigten Schaufeln.

Damit alles Wasser auf die Schaufeln fließen kann, muß der Inhalt derselben wenigstens um $\frac{1}{7}$ größer seyn, als die gelieferte Wassermenge. Man erhält daher für den äußeren Halbmesser des Rades, oder:

$$r = \sqrt{r'^2 \times \frac{22\ Q}{n\,l}}$$

Die vortheilhafteste Anzahl der Schaufeln ist noch nicht genau bestimmt worden. Herr Poncelet gibt einem Rade von 4 — 5 Meter Diameter 36 Schaufeln und noch mehr, wenn die Dicke des Wasserstrahles klein ist (10 — 15 cm), oder wenn das Rad noch einen größern Diameter hat.



Nr. 9.

Beispiele zur Berechnung der Wasserräder.

1) Unterschlächtiges Rad.

Welche Kraft hat ein unterschlächtiges Rad von 5^m Diameter und $2^m,40$ Breite, welches von einem Wasserfall in Bewegung gesetzt wird, der bei einer Sektion von $2\frac{1}{2}$ $\square^m$ und einer disponiblen Fallhöhe von $1^m,87$ eine Geschwindigkeit von $1^m,60$ per Sekunde hat?

Die theoretische Menge des ausfließenden Wassers per Sekunde ist $= 1^m,60 \times 2^m,50 = 4$ Cub.^{m};

die effektive Menge desselben $= 4 \times 0,63 = 2,52$ Cub.^{m};

das Gewicht desselben $= 2520$ Kil.;

der dynamische Effekt des Wasserfalles $= 2520 \times 1^m,87 = 4712$ Kil.^{m};

der Nutzeffekt des Wasserrades

$$= \frac{1}{3} \times 4712 = 1571 \text{ Kil.}^m = \frac{1571}{75} = 21 \text{ Pferdekräfte;}$$

Länge der Schaufeln $0^m,30$;

innerer Durchmesser des Rades $= 5^m,2 \times 0^m,30 = 4^m,40$;

mittlerer Durchmesser derselben $= 5^m - \frac{2}{3} \times 0,30 = 4^m,80$;

Breite der Schutzöffnung $= 2^m,36$;
Höhe derselben $= 0^m 28$;
Sektion derselben $= 2^m,36 \times 0^m,28 = 0,6608 \,\square^m$;
Geschwindigkeit des Wassers am Eintritte in die Schaufel

$$= \frac{4}{0,6608} = 6^m \text{ per Sekunde;}$$

Umfangsgeschwindigkeit des Rades

$$= \frac{2}{5} \times 6 = 2^m,40;$$

Anzahl von Umgängen des Rades per Minute

$$= \frac{60 \times 2^m,40}{3,14 \times 4^m,80} = 9\tfrac{1}{2};$$

Anzahl der Schaufeln $= 6 \times 4^m,80 = 29$.

2) Oberschlächtiges Rad.

Welche Kraft hat ein Wasserstrom, der 12″ tief und 22″ breit, dessen Geschwindigkeit = 70′ in $11\frac{3}{4}$ Sek. und dessen disponible Fallhöhe = 60′ ist? Und welche Dimensionen mögen dem Rade zukommen?

Sektion des Kanales

$$= \frac{12 \times 22}{144} = 1,83 \,\square';$$

Geschwindigkeit

$$= \frac{70}{11\frac{3}{4}} \times 60 = 357',5 \text{ per Minute;}$$

theoretische Wassermenge per Minute $= 357.5 \times 1,83 = 654,225$ Cub.′;

effektive Wassermenge $= 0,63 \times 654,225 = 412,162$ Cub.′;

Gewicht derselben = 412,162 × 70 ℔. = 28851 ℔.;
dynamischer Effekt der Wasserkraft

$$= 28851 \times 60' = 1731060 \text{ ℔.}' = \frac{1731060}{30000} = 57 \text{ Pferdekräfte.}$$

Nutzeffekt des Wasserrades

$$= \frac{2}{3} \times 57 = 38 \text{ Pferdekräfte;}$$

Breite des Rades = 4′ 2″;
Breite der Schutzöffnung = 4′;
Höhe derselben = 1½′;
Sektion = 6 □′;
Geschwindigkeit des Wassers am Eintritte in die Schaufel

$$= \frac{654{,}225}{6} = 109' \text{ in 1 Minute;}$$

Umfangsgeschwindigkeit des Wasserrades

$$= \frac{109}{2} = 54\tfrac{1}{2}' \text{ per Minute:}$$

nimmt man den Diameter des Rades zu 58′ an, so macht dasselbe

$$\frac{54{,}5}{3{,}14 \times 58} = 0{,}3 \text{ Umgänge in 1 Minute;}$$

Anzahl der Kübel

$$= \frac{58' \times 3{,}14}{1\tfrac{1}{2}'} = 120;$$

Gehalt der Kübel

$$= \frac{2 \times 412{,}162}{0{,}3} = 2747{,}75 \text{ Cub.}'$$

Innerer Durchmesser des Rades

$$= \sqrt{58^2 - \frac{2747{,}75}{0{,}7854 \times 4}} = 50';$$

Breite des Kranzes

$$= \frac{58 - 50}{2} = 4'.$$

3) Poncelet's unterschlächtige Räder.

Es sey die Schutzöffnung $0^m,20$ hoch und $0^m,70$ breit, und das Wasser stehe $1^m,39$ tief. Man verlangt den dynamischen Effekt und die Dimensionen eines solchen Rades zu wissen, welches durch diese Wasserkraft in Bewegung gesetzt werden kann.

Sektion der Schutzöffnung $0^m,20 \times 0^m,70 = 0,14 \square^m$;

die effektive Fallhöhe, welche die Geschwindigkeit erzeugt, mit welcher das Wasser zur Oeffnung herausfällt

$$= 1^m,39 - \frac{0^m,20}{2} = 1^m,29,$$

welche eine Geschwindigkeit

$$= \sqrt{19,62 \times 1^m,29} = 5^m,03$$

per Sekunde korrespondirt;

theoretische Wassermenge, welche per Sekunde ausfließt = $0^m,14 \times 5^m,03 = 0,7042$ Cub.^{m};

Gewicht derselben = 704,2 Kil.,

effektive Wassermenge per Sekunde = $0,75 \times 704,2 =$ 528,15 Kil.;

dynamischer Effekt der Wasserkraft = $528,15 \times 1^m,29 =$ 681,3135 Kil.^{m};

Nutzeffekt des Wasserrades = $0,75 \times 681,3135 = 510,9852$ km. = circa 7 Pferdekräfte.

Um dieses Maximum von Nutzeffekt zu erzeugen, muß die Umfangsgeschwindigkeit des Rades $= 0{,}55 \times 5^m{,}03 = 2^m{,}7665$ per Sekunde seyn.

Der Nutzeffekt dieses Rades für eine andere weniger vortheilhafte Geschwindigkeit desselben, z. B. für die von 4^m per Sekunde würde (nach Pag. 39)

$$= \frac{510{,}9852 \times 4\ (5^m{,}03 - 4) \times 4}{(5^m{,}03)^2}$$

$= 33{,}28$ Kil.^{m} seyn.

Dieses Rad, welches Herr Poncelet zu seinen Versuchen gebrauchte, hat $3^m{,}575$ (11′) Diameter, $0^m{,}76$ (28″) Breite, $0^m{,}38$ Kranzbreite und 36 Schaufeln aus Eisenblech von 3 — 4^{mm} Dicke. Die Höhe des Absprungs beträgt 30^{cm} (1′) und die Neigung des Gerinnes $\frac{1}{9}$ der Länge derselben.



Nr. 10.

Berechnungen über Mühlen.

Jedermann weiß, daß die wesentlichsten Theile eines Mühlganges zwei Mühlsteine sind, zwischen welchen das Getreide zermalmt wird, und wovon der untere fest ist, der obere aber sich um seine Achse herumbewegt. Der Effekt oder die Arbeit, die durch diese Bewegung erzeugt wird, hängt daher von dem Produkte der Geschwindigkeit des obern Mühlsteines und seinem Gewichte ab.

(Letzteres ist indessen nicht ganz in Rechnung zu bringen, da eine Portion desselben von dem Zapfen seiner Achse getragen wird.)

Fabre gibt folgende praktische Regeln an:

1) Das Totalgewicht eines vollständigen Mühlsteines von 5′ Diameter muß 3990 ℔ betragen. Ein ähnlicher von 1436 ℔ Gewicht wäre nachtheilig.

2) Gewöhnlich denkt man sich die Resistenz des Getreides an dem mittleren Kreise angebracht, dessen Radius = $\frac{2}{3}$ desjenigen des Mühlsteines selbst ist. Diese ist alsdann ungefähr $\frac{1}{22}$ des Gewichtes des Mühlsteines sammt seiner beweglichen Zugehörde.

3) Ein Mühlstein von 5′ Diameter macht gewöhnlich 48 Umgänge per Minute. Man kann diese Geschwindigkeit aber ohne Nachtheil bis auf 60 Umgänge bringen. Er liefert alsdann 390 ℔. Mehl per Stunde.

Aus Nro. 3 geht hervor, daß die vortheilhafteste Geschwindigkeit am Umfange des Mühlsteines zwischen $4^m,08$ und $5^m,19$, und diejenige auf dem mittleren Kreise zwischen $2^m,72$ und $3^m,46$ per Sekunde liegt. Nach Evans und Ellicot ist diese letztere Geschwindigkeit zwischen $7^m,47$ und $4^m,66$ begriffen. Indem man nun eine Umfangsgeschwindigkeit von 4^m per Sekunde am mittleren Kreise des Mühlsteins annimmt, erhält man folgende Formel (in Metern und Kilogrammen ausgedrückt), wo d den Diameter des Mühlsteines, n die Anzahl von Umgängen desselben per Minute, P das Gewicht des Mühlsteines sammt seiner beweglichen Zugehörde und f das Gewicht des Getreides, welches der Mühlstein stündlich mahlen kann, bedeutet:

I. Da die Anzahl von Umgängen im umgekehrten Verhältnisse zu dem Diameter des Mühlsteines steht ($n : n' :: v' : v :: d' : d$), so ist:

$$n = \frac{114,57}{d}$$

II. Da das Gewicht des Mühlsteines in quadratischem Verhältnisse zu seinem Diameter ist, so ist:

$$P = 668\ d^2.$$

III. Ferner lehrt die Erfahrung, daß das Produkt des Mühlsteines bei constanter Geschwindigkeit proportional zu dem Gewichte desselben, und folglich bei constanter Dicke proportional zu dem Quadrate des Diameters ist, und es ist daher:

$$f = 78,66\ d^2.$$

IV. Es ist hiemit der dynamische Effekt, welchen es per Sekunde braucht, um den Mühlstein in Bewegung zu setzen, oder:

$$(P\,V) = \frac{668\ d^2}{22} \times 4^m = 121{,}44\ d^2\ km$$

und derjenige, um 1 Kil. Getreide zu mahlen, oder:

$$(p\,v) = 5555{,}78\ km.$$

Folglich braucht es, um 1 Hektoliter von 75 Kil. zu mahlen, einen dynamischen Effekt von 417 Dynamien. Der Effekt, welchen der Motor zu diesem Zwecke hervorbringen muß, ist indessen weit beträchtlicher. Nach Evans braucht es dazu eine Wasserkraft von 780 Dynamien, nach Aithin eine von 894 und nach Tretgold eine Dampfkraft von 729 Dynamien.

Folgende Tabelle ist aus diesen Angaben berechnet worden:

Diameter des Mühlsteins.	Gewicht desselben.	Anzahl Umgänge per Sek.	Dyn. Effekt per Sekunde.	Quantität des gemahlenen Getreides per Sekunde.
Meter.	Kilogr.		Kilo.^{m}	Kilogr.
1,0	668	1,91	121,4	0,02185
1,1	808	1,81	146,9	0,02644
1,2	961	1,72	174,8	0,03147
1,3	1128	1,62	205,2	0,03693
1,4	1308	1,53	238,0	0,04283
1,5	1501	1,43	273,2	0,04917
1,6	1709	1,34	310,7	0,05594
1,7	1929	1,24	350,8	0,06315
1,8	2163	1,14	393,2	0,07080
1,9	2410	1,05	438,2	0,07888
2,0	2670	0,95	485,5	0,08741
2,1	2944	0,86	535,3	0,09637
2,2	3231	0,76	587,5	0,10576
2,3	3521	0,67	642,2	0,11560

Nr. 11.

Anwendung der verschiedenen Arten Wasserräder zur Bewegung des Mühlsteines.

Nimmt man an, daß die Reibung der verschiedenen Theile eines Mühlganges $\frac{1}{10}$ des dynamischen Effektes absorbirt, der zur Bewegung eines Mühlsteines erfordert wird, so braucht es für jeden Mühlstein einen Effekt von 134 d^2 Kil.ᵐ per Sekunde.

Es ist daher, wenn E den nützlichen Effekt bedeutet, welchen das Wasserrad hervorbringen, und n die Anzahl Mühlsteine, die dasselbe bewegen kann: *)

$$n = \frac{E}{134\ d^2}$$

Nennt man ferner: Q das Gewicht (in Kilogr.) der in 1 Sekunde gelieferten Wassermenge, H die Fallhöhe, so hat man: für unterschlächtige Räder mit Gerinne

$$E = \frac{1}{3}QH \text{ und folgl. } n = \frac{QH}{402\ d^2}$$

*) S. Architecture hydraulique par Bélidor.

für solche ohne Gerinne:

$$E = \frac{1}{4} Q H \text{ und } n = \frac{Q H}{536 \ d^2}$$

oder $E = 12{,}75 \ S V^3$ und $n = \frac{0{,}095 \ S \ V^3}{d^2}$

(wo S die Oberfläche der Schaufeln und V die Geschwindigkeit des Wassers bedeutet);

für oberschlächtige Räder, so wie für Poncelet's unterschlächtige Räder:

$$E = \frac{2}{3} Q H \text{ und } n = \frac{Q H}{201 \ d^2}.$$

Beispiel 1. Ein Kanal liefert per Sekunde 515 Liter Wasser und hat eine disponible Fallhöhe von 5^m. Wie viel Mühlsteine von $1^m{,}60$ Diameter kann diese Wasserkraft mittelst eines oberschlächtigen Rades in Bewegung setzen, und wie viel Getreide kann damit gemahlen werden?

Antwort.

$$n = \frac{Q H}{201 \ d^2} = \frac{515 \times 5}{201 \times (1^m{,}60)^2} = 5.$$

Ein Mühlstein von $1^m{,}60$ Diameter mahlt per Sekunde (s. vorhergehende Tabelle) $0^k{,}05594$, folglich 5 Mühlsteine $0^k{,}27970$ und in 1 Stunde $3600 \times 0^k{,}27970 = 1007$ Kil. $13\frac{1}{2}$ Hektoliter Getreide.

Beispiel 2. In einer Schiffsmühle sollen vermittelst zweier Mahlgänge täglich 80 Hektoliter Getreide gemahlen werden; wie groß und wie schwer müssen die Mühlsteine derselben seyn, und wie viel Oberfläche müssen die Schaufeln zweier Wasserräder haben,

welche dieselben in Bewegung setzen sollen, wenn die Geschwindigkeit des Wassers im Flusse 3^m per Sekunde beträgt?

Antwort. 80 Hektoliter = 80 × 75 = 6000 Kil. täglich. Nimmt man an, daß die Mühle täglich 20 Stunden im Durchschnitte arbeitet, so ist die Quantität Getreide, welche stündlich gemahlen werden muß,

$$= \frac{6000}{20} = 300 \text{ Kil.}$$

Nach Nro. III. hat man:

$$f = 78{,}66\, d^2 \text{ Kilogramme,}$$

folglich

$$d = \sqrt{\frac{f}{78{,}66}} = \sqrt{\frac{300}{78{,}66}} = 1^m{,}95$$

für den Diameter der Mühlsteine und $P = 668\, d^2$ Kil. $= 668 \times (1^m{,}95)^2$ Kil. $= 247\frac{1}{2}$ als Gewicht eines Mühlsteins sammt Zugehörde.

Man hat ferner:

$$n = 1 \text{ und } n = \frac{0{,}095\ SV^3}{d^2}$$

folglich

$$S = \frac{d^2\ n}{0{,}095\ V^3} = \frac{(1^m{,}95)^2 \times 1}{0{,}095 \times (3^m)^3}$$

$$= 1{,}49\ \square^m \text{ Oberfläche der Schaufeln.}$$

Gibt man also der Breite der Schaufeln 3^m, so muß die Höhe derselben

$$= \frac{1{,}49}{3} = 0^m{,}5$$

betragen. Diese gehört einem Durchmesser des Rades von 4 — 5 Metern an.



Nr. 12.

Stärke der Materialien.

Eine Kraft kann im Allgemeinen auf viererlei Art auf einen Körper wirken und ihn zu zerstören suchen:

1) Durch senkrechten Druck, indem die Kraft von oben herunter auf den Körper drückt, welcher auf einer festen Unterlage ruht. Ist diese Kraft groß im Verhältnisse mit dem Widerstande des Körpers, so biegen sich zuerst die Theile des Körpers und werden endlich ganz zerquetscht. Den Widerstand, den der Körper in diesem Falle darbietet, bezeichnen wir durch das Wort senkrechten Widerstand (résistence à l'écrasement).

2) Durch Traktion, indem der Körper an einem Ende aufgehängt oder befestigt ist, während die Kraft an dem andern Ende desselben nach entgegengesetzter Richtung wirkt und dessen Theile zu zerreißen sucht. Den Widerstand, welcher diesem Zwecke entgegen arbeitet, nennen wir longitudinalen Widerstand oder absolute Festigkeit (R. à la traction).

3) Durch lateralen Druck. Der Körper ist in diesem Falle in einer horizontalen Lage, und die Kraft wirkt senkrecht auf dieselbe und sucht ihn zu zerbrechen. Den Widerstand, den der Körper darbietet, nennt man transversalen Widerstand oder respektive Festigkeit (R. à la rupture latérale).

4) Durch Torsion, indem die Kraft die Elemente des Körpers zu zerdrehen und demselben eine schraubenförmige Gestalt zu geben sucht, was am meisten bei Körpern vorkommt, welche einer Circularbewegung ausgesetzt sind. Wir nennen diesen Widerstand Torsionswiderstand (R. à la torsion).

Der Widerstand, den ein und derselbe Körper leistet, ist sehr verschieden und hängt ganz von der Art ab, wie die Kraft auf ihn wirkt. Will man daher die Dimensionen eines Körpers berechnen, der einer gegebenen Kraft widerstehen soll, so muß man zuerst sorgfältig ausmitteln, auf welche Art die Kraft auf denselben wirkt. Senkrechte Pfeiler, Säulen ꝛc. haben z. B. nur einen senkrechten Widerstand, Seile nur einen longitudinalen, Pumpenstangen abwechselnd einen senkrechten und einen longitudinalen Widerstand zu leisten, von welchen der erstere indessen weit größer ist. Senkrechte Wendelbäume und Achsen haben nur einen Torsionswiderstand, horizontale aber außerdem noch einen transversalen Widerstand zu leisten. In diesem Falle erhält man zweierlei Dimensionen, wovon natürlicherweise immer die stärkere genommen werden muß.

Nr. 13.

I. Von dem senkrechten Widerstande der Körper.

Wirkt eine Kraft von oben herab auf einen Körper, so werden die Theile desselben einander genähert nach der Richtung des Druckes und nach der andern Richtung von einander entfernt.

Der Widerstand von Körpern von gleicher Form und gleicher Natur ist proportional mit der Sektion derselben. (Es versteht sich von selbst, daß hier wie überall die kleinste Sektion des Körpers in Betracht gezogen werden muß.)

Erträgt also z. B. ein Körper von 1 □″ Durchschnittsfläche einen Druck von 200 ℔., so erträgt einer von gleicher Natur und von 15 □″ Sektion einen Druck von 15 × 200 = 3000 ℔.

Nach Rondelet hat der größte Widerstand bei einem Körper von konstanter Sektion dann statt, wenn seine Höhe gleich ist seiner Dicke. (Unter Dicke versteht man hier die kleinste Dimension des Körpers.) Wird dieses Maximum von

Widerstand = 1 gesetzt, so ist bei Hölzern und geschmiedetem Eisen, wenn der Rapport des Diameters zur Höhe

$= \frac{1}{24}$ ist, der Widerstand $= \frac{1}{2}$

$= \frac{1}{54}$ „ „ $= \frac{1}{4}$

$= \frac{1}{108}$ „ „ $= \frac{1}{16}$

$= \frac{1}{135}$ „ „ $= \frac{1}{32}$

$= \frac{1}{162}$ „ „ $= \frac{1}{64}$

$= \frac{1}{189}$ „ „ $= \frac{1}{128}$

bei Gußeisen $= \frac{1}{4}$ „ „ $= \frac{2}{3}$

$= \frac{1}{8}$ „ „ $= \frac{1}{2}$

$= \frac{1}{36}$ „ „ $= \frac{2}{15}$.

Rondelet gibt Folgendes für die Bauhölzer an:

Ist die Höhe = 1, so ist der Widerstand = 1,

„ „ = 12, „ „ $= \frac{5}{6}$,

„ „ = 24, „ „ $= \frac{1}{2}$,

„ = 36, „ „ $= \frac{1}{3}$,

„ „ = 48, „ „ $= \frac{1}{6}$,

„ „ = 60, „ „ $= \frac{1}{12}$,

„ „ = 72, „ „ $= \frac{1}{24}$.

1) Stärke verschiedener Körper von 1 □mm Sektion.

	Höhe.		Maximum des Widerstandes.
Eichen- oder Tannenholz.	1 — 2mal	die Dicke	0k,30,
„ „	12mal	„	0k,25,
geschmiedetes Eisen . .	1 — 2mal	„	10 Kil.
„ „	12mal	„	6,25,
Gußeisen	1 — 2mal	„	20 Kil.
„ „	4mal	„	13 Kil.
„ „	8mal	„	10 Kil.
„ „	36mal	„	1k,33

2) Stärke eines Cubikcentimeters

von Basalt	2000	Kil.
„ Porphyr	2450	„
„ Granit	400 — 880	„
„ Marmor	300 — 1000	„
„ Kalkstein	50 — 147	„
„ Backstein	40 — 150	„
„ Gyps	50 — 72	„
„ Mörtel von 12 Monaten . .	30 — 40	„
„ Mörtel, der vor dem Gebrauche stark geschlagen wird	60	„
„ geschmiedetes Eisen	5000	„
„ Gußeisen	9520 — 25200	„

von Kupfer { gegossenes	. . . . . .	8360 Kil.
geschlagenes	. . . . . .	6070 „
„ Messing	. . . .	3090 — 23000 „
„ Zinn	. . . .	606 — 980 „
„ Blei	. . . .	147 „

3) Tabelle für die Stärke des geschmiedeten Eisens von 1 □''' Sektion. *)

Verhältniß der Basis zur Höhe.	Gewicht, erforderlich, um die Stange zu biegen.	Rapport id.	Gewicht id.
1 zu 1	512 ℔. = 1.	51	= 138 ℔.
3	474	54	128 = ¼
6	439	57	118½
9	406	60	109¾
12	376	63	101½
15	348	66	94
18	322	69	87
21	298	72	80½
24	276	75	74½
27	256 = ½	78	69
30	237	81	64 = ⅛
33	219½	84	59¼
36	203	87	54¾
39	188	90	50¾
42	174	93	47
45	161	96	43½
48	149	99	40½

*) Siehe Art de bâtir par Rondelet.

Alle die obigen Angaben zeigen allein das Gewicht an, welches fähig ist, den Körper zu zerquetschen oder zu brechen. Damit aber derselbe nicht in seiner Gestalt verändert werde und keinerlei Biegung zu erleiden habe, muß die Last, die man ihm zu tragen gibt, bedeutend kleiner seyn.

Nach Rondelet soll dieselbe bei Hölzern nie mehr als $\frac{1}{5}$, bei Bausteinen und bei geschmiedetem Eisen $\frac{1}{10}$ und bei Gußeisen höchstens $\frac{1}{4}$ der in den verschiedenen Tabellen angezeigten Last betragen.

Er räth ferner, für hölzerne Pfeiler, deren Höhe weniger als das Zehnfache ihres Diameters ist, nicht über 5 ℔. per □''' Sektion; für solche, deren Höhe das 15fache beträgt, nicht über 4 ℔., und für diejenigen, deren Höhe das 20fache beträgt, nicht über 3 ℔. zu rechnen.

Bei Würfeln von Eichenholz vermindert sich ihre Höhe um $\frac{1}{3}$, ehe sie brechen; bei solchen von Tannenholz um $\frac{1}{2}$. Sobald ein Pfeiler 7—8mal so viel Höhe als Durchmesser hat, so biegt er sich unter der Last, ehe er bricht.

Es ist vortheilhaft, einer Pumpenstange von geschmiedetem Eisen eine größere Länge zu geben, als die 24fache ihres Diameters. Nach Laplace hat bei einer runden Sektion der größte vertikale Widerstand statt. Doch ist dieß bis dahin nur sehr selten in der Praxis beachtet worden.

Es ist endlich noch zu bemerken, daß alle obigen Angaben allein für den Fall gelten, wo beide Enden des Körpers frei sind (Figur 5), und wo dieselben von ihrer primitiven Richtung sich abneigen können. Ist hingegen das eine Ende derselben eingemauert

(Figur 6) und das andere frei, so kann der Körper eine doppelte Last ertragen, als die, welche man durch obige Angaben erhält. Endlich kann diese Last das Vierfache seyn, wenn die beiden Enden des Körpers eingeschlossen sind (Figur 7), oder wenn dieselben frei sind, die Mitte derselben hingegen eingeschlossen ist. Ueberhaupt kann man sagen, daß der Widerstand eines Körpers proportional ist der Anzahl von Biegungen, welche durch die verschiedenen Dispositionen der Stützpunkte erzeugt werden können.

Beispiel. Man verlangt den Durchmesser einer gußeisernen Säule zu wissen von 3^m Höhe, welche 20000 Kil. ertragen kann.

Antwort. Nehmen wir das Verhältniß des Diameters zur Höhe der Säule wie 1 : 8 an, so ist die Resistenz des Gußeisens (nach Tab. 1) für 1 $\square^{mm}$ Sektion = 10 Kil. Nach angegebener Vorschrift soll indessen nur der vierte Theil oder $2\frac{1}{2}$ Kil. genommen werden.

Aus diesem ergibt sich eine Sektion der Säule von

$$\frac{20000}{2\frac{1}{2}} = 8000 \ \square^{mm}$$

welche, wenn wir sie kreisförmig annehmen, einen Durchmesser von $103^{mm} = 0^m{,}103$ gibt.

Das Verhältniß des Durchmessers zur Höhe desselben ist alsdann wie $103^{mm} : 3000^{mm}$ oder wie 1 : 29.

Für ein Verhältniß von 1 : 36 gibt obige Tabelle für 1 $\square^{mm}$ Sektion nur eine Last von

$$\frac{1^k\frac{1}{3}}{4} = \frac{1}{3} \text{ Kil.}$$

an, hiemit eine Sektion von

$$20000 \times \frac{1}{3} = 60000 \ \square^{mm}$$

und einen Durchmesser von 282^{mm} an.

Der Rapport des Durchmessers zur Höhe ist alsdann wie 282 : 3000 oder ungefähr wie 1 : 13. Da derselbe 1 : 36 seyn sollte und hiemit zu stark, der erstere hingegen zu schwach ist, so gibt das Mittel zwischen den beiden gefundenen Diametern ziemlich denjenigen an, der hier angewandt werden muß, nämlich:

$$\frac{282 + 103}{2} = 19^{cm} \text{ Diam. der Säule.}$$



Nr. 14.

II. Longitudinaler Widerstand.

Wird eine Stange der Wirkung einer Kraft ausgesetzt, welche ihre Theile von einander zu entfernen und also dieselbe der Länge nach auszudehnen sucht, so ist der Widerstand, den ihr die Stange entgegenbietet, ganz unabhängig von ihrer Länge, hingegen proportional zu ihrer Sektion, (hängt übrigens ganz von der mehr oder minder großen Duktibilität des Körpers ab). Ist daher F die Kraft, welche nöthig ist, um einen gegebenen Körper zu zerreißen, s die Sektion desselben und f die nöthige Kraft, um einen Körper von gleicher Natur und von 1cm □ Sektion zu zerreißen, so ist:

$$F = fs.$$

Um also den Widerstand eines jeden Körpers zu finden, hat man nur nöthig, seine Sektion, in Centimetern ausgedrückt, mit folgenden Werthen von f zu vervielfachen.

Longitudinaler Widerstand der Hölzer, wenn die Kraft parallel zu den Fibern wirkt.

	Specifisches Gewicht.	Last, welche den Körper zerreißt, per 1 □cm.
Tannenholz	600	840 Kil.
Buchenholz	700	800 „
gewöhnliches Eichenholz	845	780 „
id. von Malaban . .	860	1050 „
Buchsbaumholz . . .	980	1400 „
Birkenholz	600	1200 „
Birnbaumholz . . .	646	690 „
Mahagoniholz . . .	637	560 „

Widerstand der Hölzer, wenn die Kraft senkrecht auf ihre Fasern wirkt.

Eichenholz	162	Kil.	per □cm.
Pappelholz . . .	125	„	„
Lerchenbaumholz . .	94	„	„
Tannenholz . . .	42	„	„

Bei Hölzern von gleicher Natur ist die Stärke proportional mit ihrem specifischen Gewicht. Für eine fortdauernde Last darf nicht mehr als die Hälfte der angezeigten Werthe genommen werden.

Longitudinalstärke der Metalle.

	per 1 □cm Sektion.
Geschmiedetes Stangeneisen	3200 — 5400 Kil.
Eisenblech nach d. Richtung d. Streckung . . .	4080 „

		per 1 □^{cm} Sektion.	
Eisenblech senkrecht auf dieselbe		3640	Kil.
gehämmertes oder gezogenes Eisen		5500 — 6000	„
Eisendraht von 5^{mm} — 1,3 Diameter, nicht geglüht		6000 — 6480	„
id. von 1^{mm} und weniger id.		7000 — 8400	„
id. von 1^{mm} — $1\frac{1}{2}^{mm}$ geglüht		3600 — 3800	„
Gußeisen	graues	1420	„
	weißes	1310	„
Cementstahl	nicht affinirter	2790	„
	affinirter	9160	„
Gußstahl		4400	„
gehämmerter Stahl		9440	„
Bronze (Kanonenmetall)		2550	„
Kupfer	laminirtes	2100	„
	geschlagenes	2480	„
gegossenes Zinn		333	„
Blei	gegossenes	128	„
	laminirtes	140	„
Messingdraht			
weicher von weniger als 2^{mm} Diameter		8520	„
id. von 2^{mm} Diameter		6610	„
harter von 2^{mm} Diameter		4140	„
gegossenes Kupfer		1341	„
„ Messing		1263	„
Glas		310 — 223	„

Für eine permanente Last muß nur $\frac{1}{3}$ der hier angezeigten Werthe als Widerstand angenommen werden.

Stärke einiger Steinarten.

Weißer Stein mit feinem Korne	14	Kil.
gut gebrannter Backstein	18 — 20	„
Gypsstein	4	„
Mörtel aus hydraulischem Kalk .	10	„
gewöhnlicher schlechter Mörtel .	1	„

Ueberhaupt ist der longitudinale Widerstand des Mörtels immer ungefähr $\frac{1}{8}$ seines senkrechten Widerstandes. Uebersteigt die Kraft, welche auf einen Körper wirkt, die Gränze der Elasticität desselben nicht, so nimmt dieser wieder seine früheren Dimensionen an, wenn die Kraft nachläßt, und die Verlängerung des Körpers ist immer in direktem Verhältnisse mit der Kraft und mit seiner Länge, im umgekehrten Verhältnisse aber mit seiner Sektion.

Die Gränze der Dehnbarkeit des geschmiedeten Eisens hat statt, wenn es an Länge um $\frac{27}{100}$ zugenommen hat und seine Sektion noch $\frac{72}{100}$ der primitiven Sektion ist.

Aus den Versuchen von Herrn Séguin, bei Erbauung von Drahtbrücken, ergibt sich, daß die Eisendrähte durch das Ausglühen $\frac{2}{3}$ ihrer Stärke, die Messingdrähte die Hälfte ihrer Stärke verlieren.

Beispiel. Welche Sektion muß eine viereckigte Stange von geschmiedetem Eisen haben, um eine permanente Last von 6000 Kil. ertragen zu können?

Antwort. Das Gewicht, welches diese Stange zu zerreißen vermag, muß also das Dreifache der permanenten Last oder 18000 Kil. betragen. Nehmen wir die Stärke des Eisens zu 4200 Kil. per 1 □^{cm} an, so braucht es eine Sektion von

$$\frac{18000}{4200} = 5{,}66 \square^{cm}.$$

und hiemit einen Durchmesser von circa 3^{cm}.

Stärke der Seile.

Die Longitudinalstärke der Seile hängt von der Natur derselben und der Art ab, wie dieselben fabrizirt worden sind.

Die besten sind die, welche nicht zu sehr gedreht sind. Stark genetzte Seile haben $\frac{1}{3}$ weniger Stärke, als trockene. Ein nicht getheertes Seil ist um $\frac{1}{4}$ stärker, als ein getheertes.

Mittlere absolute Resistenz der Seile .	200	Kil.	per □^{cm},
jene der Seile von Rochefort	367	„	„
gewöhnliche Seile	146	„	„
Seile, welche in d. Fabriken verfertigt werden	188	„	„

Die Hälfte der hier angegebenen Gewichte ist die, welche in der Rechnung ohne Nachtheil angenommen werden kann, und welche man die reduzirte Stärke der Seile nennt.

Die dicken Seile, welche aus mehreren Litzen zusammengesetzt sind, haben in ihrem Innern einen Docht, der nichts zu ihrer Stärke beiträgt. Es ist alsdann nicht der Diameter des Seiles, sondern vielmehr derjenige der verschiedenen Litzen, aus welchen es zusammengesetzt ist, in Rechnung zu bringen.

Tabelle über die mittlere absolute Stärke der Seile von verschiedenen Diametern und von 10′ Länge.

Diameter in Linien.	Gewicht von 10′ Länge, (den Docht mit einbegriffen).	Mittlere Stärke in Pfunden.
2‴	0,10 ℔.	58 ℔.
3	0,22	100
4	0,40	180
5	0,63	276
6	0,90	416
7	1,22	540
8	1,60	700
9	2,02	892
10	2,52	1112
11	3,03	1332
12	3,60	1588
13	4,83	1868
14	4,93	2160
15	5,62	2480
16	6,40	2820
17	7,20	3184
18	8,14	3312
19	9,05	3976
20	10	4408

Diameter in Linien.	Gewicht von 10′ Länge (den Docht mit einbegriffen).	Mittlere Stärke in Pfunden.
21	11,07 ℔.	4860 ℔.
22	11,90	5340
23	13,33	5838
24	14,40	6348
25	15,62	6858
26	16,90	7448
27	18,22	8036
28	19,60	8640
29	21,02	9268
30	22,50	9920
31	24,02	10592
32	25,60	11284
33	27,22	12034
34	28,20	12740
35	30,62	13060
36	32,40	14280

Diese Tabelle ist für eine Resistenz von circa 200 Kil. per □ᵐᵐ berechnet worden.

Tabelle der mittlern absoluten Stärke der Litzen (torons) von 10′ Länge.

Diameter.	Gewicht von 10′ Länge.	mittlere absolute Stärke.
3‴	0,19 ℔.	135 ℔.
$4\frac{2}{7}$	0,599	275
6	1,171	540
$7\frac{5}{7}$	1,933	893
9	2,629	1215
$10\frac{2}{7}$	3,433	1587
12	4,655	2160
$13\frac{5}{7}$	6,080	2821
15	7,270	3375

Aus diesen Tabellen ergibt sich, daß man die Stärke der Seile proportional zu ihren Sektionen oder zu den Quadraten ihrer Durchmesser annehmen kann, obschon dieß strenge genommen nicht der Fall ist.

Aus der Vergleichung des Gewichtes und der reduzirten Stärke der Seile ergibt sich, daß jedes Seil, von welchem Durchmesser es auch immer seyn mag, dessen Länge circa 4500 Fuß oder 1500 Meter beträgt, von seinem eigenen Gewichte zerrissen wird.

Nennt man L die Länge des Seiles in Metern oder die Höhe, auf welche eine Last P, in Kil. ausgedrückt, an dem Seile

erhoben werden soll, und d der zu suchende Diameter des Seiles, so ist, wenn man das Gewicht eines Cubikmeters Seile = 917ᵏ,36 setzt:

$$d = \sqrt{\frac{1388\ P}{1500 - L.}}$$

Drückt man d in Pariserlinien, L in Pariserfußen und P in Pfunden aus, so hat man:

$$d = \sqrt{\frac{411\ P}{4500 - L.}}$$

Beispiel. Es soll eine Last von 2000 ℔ aus einer Tiefe von 900′ hinaufgehoben werden. Wie groß muß der Durchmesser des Seiles seyn, mit welchem dieses geschehen soll?

Antwort. Für die absolute Last oder diejenige, welche das Seil zerreißen würde, ist hier wenigstens das Doppelte oder 4000 ℔ zu nehmen. Man hat also:

$$d = \sqrt{\frac{411 \times 4000}{4500 - 900}} = \sqrt{\frac{4110}{9}} = 21''' \text{ ungefähr,}$$

welches ziemlich mit obiger Tabelle übereinstimmt.



Nr. 15.

III. Transversalstärke der Körper.

Um die verschiedenen Aufgaben darüber lösen zu können, muß zuerst der Druck oder Effor bestimmt werden, den ein Gewicht auf eine Stange hervorbringt, je nach den verschiedenen Fällen, wie dasselbe angebracht ist. Dieser Effekt ist nicht auf allen Punkten der Stange der nämliche, sondern wächst mit der Entfernung vom Aufhängungspunkte der Last. Der Bruch der Stange, welche überall gleiche Resistenz leistet, geschieht natürlicherweise in dem Punkte, welcher den größten Druck zu erleiden hat. Es muß daher auch nur dieses Maximum von Druck berechnet werden. Es sey dasselbe = F, das angebrachte Gewicht = P.

Erster Fall. Ist das eine Ende der Stange eingemauert, das andere Ende belastet, und ist L die Länge der Stange oder die Entfernung des Punktes, wo die Last angebracht ist, von der Mauer (Figur 8), so ist:

$$F = P\,L$$

$$\text{und } P = \frac{F}{L}.$$

Der Bruch der Stange kann in diesem Falle nirgends statt haben, als im Punkte A, da der Druck des Gewichtes in demselben am größten ist. Wäre das Gewicht auf der ganzen Länge der Stange gleichförmig vertheilt, so wäre

$$F = \frac{PL}{2}$$

und die Stange könnte das doppelte Gewicht tragen.

Zweiter Fall. Ist die Stange in der Mitte unterstützt und an beiden Enden belastet (Figur 9), so ist, wenn P die Summe der beiden Gewichte und L die Distanz zwischen ihren Aufhängepunkten bedeutet:

$$F = \frac{PL}{2}$$

$$\text{und } P = \frac{2F}{L}.$$

Es kann also in diesem Falle die nämliche Stange mit dem doppelten Gewichte belastet werden, als in dem ersten Falle.

Dritter Fall. Ist die Stange an beiden Enden unterstützt und in der Mitte belastet (Fig. 10), so hat man:

$$F = \frac{PL}{4}$$

$$\text{und } P = \frac{4F}{L}.$$

Ist das Gewicht nicht in der Mitte aufgelegt und die Entfernungen dieses Gewichtes von den Stützpunkten m und n, so daß $m + n = L$, so ist:

$$F = \frac{P \cdot m \cdot n}{L}$$

und $P = \frac{L F}{m n.}$

(Nach Anmerkung 9, Seite 25, Vol. 1 hat alsdann derjenige Stützpunkt am meisten zu tragen, der am nächsten bei dem Aufhängpunkte des Gewichtes liegt.)

Vierter Fall. Ist die Stange an beiden Enden eingemauert (Figur 11) und in der Mitte beladen, so ist:

$$F = \frac{P L}{8}$$

und $P = \frac{8 F}{L.}$

Dieß ist der günstigste Fall, da eine Stange von gleicher Resistenz ein achtmal größeres Gewicht tragen kann, als im ersten Falle.

Will man auch noch das Gewicht p der Stange selbst in Rechnung bringen, und ist die Dichtigkeit derselben in allen Punkten die nämliche, so ist in allen diesen Fällen statt P, $P + \frac{1}{2} p$ zu setzen.

Bestimmung der Resistenz der Körper.

Damit ein Körper keine nachtheilige Veränderung seiner Gestalt erleide, muß seine Transversalstärke bei weitem größer seyn, als der Druck des Gewichtes, welchem er ausgesetzt ist und welchen wir so eben berechnet haben.

Ist dieselbe diesem Drucke gleich oder sogar noch kleiner, so biegt sich zuerst der Körper und bricht endlich. Dieser Widerstand hängt ganz von der Form der Sektion des Kör-

pers ab. Bezeichnet man diesen Widerstand mit F', das erforderliche Gewicht in Kil., um eine Stange von 1 □cm Sektion zu brechen, mit R, so hat man

1) für eine Stange von quadratischer Sektion, deren Seite = q ist:

$$\text{I.}\quad F' = \frac{R\,q^3}{6}$$

2) für eine Stange von rektangulärer Sektion, wo a die Breite und b die Dicke *) der Sektion bedeutet:

$$\text{II.}\quad F' = \frac{R\,a\,b^2}{6}$$

3) für eine Stange von circulärer Sektion, deren Radius = r ist:

$$\text{III.}\quad F' = \frac{R\,\pi\,r^3}{4}$$

4) für eine Stange von ringförmiger Sektion, wo r' den äußeren, r'' den innern Radius bedeutet:

$$\text{IV.}\quad F' = \frac{R\,\pi\,(r'^4 - r''^4)}{4\,r'}$$

5) für eine hohle Stange von rektangulärer Sektion, wo b die äußere und b' die innere Dicke, a die äußere, a' die innere Breite bedeutet:

*) Unter Dicke oder Höhe verstehen wir hier immer diejenige Dimension des Stückes, welche senkrecht zu stehen kommt, unter Breite hingegen diejenige, welche horizontal zu liegen kommt. Die nämliche Dimension kann also bald Dicke, bald Breite heißen, je nachdem das Stück auf diese oder auf jene Seite gelegt wird.

$$V . F' = \frac{R\ (a\,b^3 - a'\,b'^3)}{6\ b}$$

Aus zahlreichen Versuchen hat man folgende Werthe für R gefunden:

für das Eichenholz .	R =	690 Kil.
„ Tannenholz . .	„	610 „
„ Gußeisen . .	„	2800 „
„ geschmiedete Eisen	„	6000 „

Führt man diese Werthe für R in vorstehende Gleichungen ein, so erhält man F' oder das erforderliche Gewicht, um den Körper zu brechen.

Banks und Tretgold geben aber an, daß ein horizontaler Baum, um keine Gefahr zu leiden, nie mehr als mit dem Drittel, ein solcher hingegen, der zu einer Cirkularbewegung bestimmt ist, nie mehr als mit dem Fünftel desjenigen Gewichtes belastet werden muß, welches denselben brechen würde. Es sind also in der Praxis folgende Werthe für R in Rechnung zu bringen:

	für Balken	für Wendelbäume und Achsen
von Eichenholz . .	230 Kil.	140 Kil.
„ Tannenholz . .	200 „	120 „
„ Gußeisen . .	930 „	560 „
„ geschmied. Eisen	2000 „	1200 „

Aus diesen Formeln gehen folgende praktische Regeln hervor:

1) Die Transversalfestigkeiten zweier Balken von gleicher Länge, aber von verschiedenen quadratischen oder runden Sektionen verhalten sich zu einander wie die Kuben der Seiten oder Diameter ihrer Sektionen.

Eine Stange, deren quadratische Sektion eine zweimal größere Seite hat, kann ein achtmal größeres Gewicht ertragen. Weiß man also, wieviel Gewicht ein Körper von 1 □cm Sektion tragen kann, so ist leicht dasjenige daraus zu berechnen, welches ein Körper von größerer oder kleinerer Sektion ertragen könnte.

2) Die Festigkeiten zweier Stangen von gleicher Länge, aber ungleichen rektangulären Sektionen sind zu einander im einfachen Verhältnisse ihrer Breiten und im quadratischen Verhältnisse ihrer Höhen.

Eine Stange trägt also weit mehr, wenn die größere Seite ihrer Sektion senkrecht zu stehen kommt, als wenn dieselbe horizontal gelegt wird.

Je größer ferner die Dicke der Stange im Verhältniß zu ihrer Breite ist, desto mehr Stärke hat sie. Man macht jedoch die Dicke nie größer, als zwölfmal die Breite der Stange.

Tretgold gibt an, daß, um aus einem hölzernen Baume von gegebenem Diameter einen Pfeiler zu machen, der die größtmögliche Stärke besitze, die Quadrate der beiden Seiten der rektangulären Sektion und des Durchmessers sich zu einander verhalten müssen, wie 1 : 2 : 3 oder:

$$a^2 : b^2 : d^2 :: 1 : 2 : 3,$$

wo d der gegebene Diameter, a und b die zu suchenden Seiten der rektangulären Sektion bedeuten. Diese kann man leicht auf folgende geometrische Weise finden (Figur 12):

Man fälle auf den Drittel des Diameters A B eine Senkrechte und verbinde den Punkt C, wo derselbe den Kreis trifft, mit den Punkten A und B, so erhält man die zwei Seiten A C und C B, und zieht man die zwei andern Seiten diesen parallel, so hat man die Sektion der Stange, welche den größtmöglichen Widerstand leisten kann.

Bei Stangen von quadratischer und rektangulärer Sektion, welche auf ihre Kanten gestellt werden, so daß ihre Flächen schief zu liegen kommen, muß der Nenner in den Formeln I. und II. noch mit $\sqrt{2}$ vervielfacht werden.

3) Bei gleichem Volumen leistet eine hohle Stange weit mehr Widerstand als eine volle und zwar ist ihre Stärke für ein und dasselbe Volumen desto größer, je größer der innere Diameter der hohlen Sektion im Verhältniß zu dem äußern Diameter derselben ist. Gewöhnlich macht man denselben aber nicht größer als $\frac{5}{6}$ des äußern Diameters.

Da nun die Resistenz eines Körpers wenigstens dem Drucke gleich seyn muß, den die Last auf ihn ausübt, so hat man also nur die beiden Werthe von F und F′ einander gleich zu setzen, um die verschiedenen Aufgaben zu lösen.

Für den ersten Fall und eine runde Sektion hat man z. B.

$$P L = \frac{R \pi r^3}{4}$$

für eine hohle Sektion hätte man:

$$P L = \frac{R \pi (r'^4 - r''^4)}{4 r'}.$$

Für den vierten Fall und eine rektanguläre Sektion hat man:

$$\frac{PL}{8} = \frac{R\,a\,b^2}{6} \text{ u. s. w.}$$

Indem man nun aus diesen Gleichungen die unbekannten Werthe zieht, so erhält man die kleinstmöglichen Dimensionen (in Centimetern ausgedrückt) für eine gegebene Last, oder die größtmögliche Last für die gegebenen Dimensionen eines Körpers.

Beispiel 1. Wie viel Gewicht kann ein gußeiserner Baum ohne Gefahr tragen, welcher 11 Meter Länge und 30^{cm} im Quadrate hat, wenn derselbe auf beiden Seiten unterstützt ist und das Gewicht in der Mitte desselben angebracht ist?

Antwort.

$$\frac{PL}{4} = \frac{R\,q^3}{6}$$

folglich:

$$P = \frac{4\,R\,q^3}{6\,L} = \frac{4\,.\,930^k \times (30^{cm})^3}{6\,.\,1100^{cm}} = 15217 \text{ Kil.}$$

Wäre der Baum auf beiden Seiten eingemauert, so würde man das doppelte Gewicht oder 30434 Kil. erhalten, denn man hätte alsdann $\frac{PL}{8} = \frac{R\,q^3}{6}$

Will man noch das Gewicht des Baumes selbst in Betracht ziehen, so hat man:

$$\frac{(P + \frac{1}{2}p) \times L}{4} = \frac{R\,q^3}{6}$$

folglich:

$$P = \frac{4\,R\,q^3}{6\,L} - \frac{1}{2}\,p.$$

Da 1 Cub.^{cm} Gußeisen $0^k,0072$ wiegt, so ist:

$$p = q^2 L = 7128 \text{ Kil., folglich}$$

$$P = 15217 - \frac{7128}{2} = 11653 \text{ Kilogr.}$$

Beispiel 2. Wie groß muß der Durchmesser einer runden Stange von geschmiedetem Eisen und von 4^m Länge seyn, wenn dieselbe an einem Ende eingemauert, am andern Ende aber mit einem Gewichte von 1000 Kil. belastet wird, in Betracht auf das Gewicht der Stange selbst?

Antwort.

$$(P + \tfrac{1}{2}p) L = \frac{R \pi r^3}{6}$$

Das Gewicht p der Stange kennt man aber noch nicht, da der Diameter derselben noch unbekannt ist. Man hat indessen:

$$p = \pi r^2 L \times 0^k,0078,$$

($0^k,0078$ ist das Gewicht eines Cubikcentimeters von geschmiedetem Eisen).

Führt man diesen Werth von p in vorstehende Gleichung ein, so erhält man eine Gleichung des dritten Grades.

In der Praxis kann man auf folgende Weise verfahren: Man sucht zuerst den Diameter der Stange ohne das Gewicht derselben in Rechnung zu bringen. Man erhält alsdann:

$$P L = \frac{R \pi r^3}{4}$$

$$\text{und } r^3 = \frac{4 P L}{R \pi}$$

Hier ist: $R = 2000$ Kil. für das geschmiedete Eisen,
$L = 4^m = 400$ Centimeter und
$P = 1000$ Kil., folglich

$$r^3 = \frac{4 \cdot 1000 \cdot 400}{2000 \times 3,14} \text{ und } r = 6^{cm},34.$$

Das Gewicht der Stange ist alsdann für diesen Durchmesser:

$$p = \pi\, r^2\, L \times 0{,}0078 = 394 \text{ Kil.}$$

$$\text{und } \frac{1}{2}\, p \quad . \; . \; . \; . \; . = 197 \text{ Kil.}$$

$$\text{folglich } P + \frac{1}{2}\, p = 1197 \text{ Kil.}$$

$$\text{und } r^3 = \frac{4 \times 1197 \times 400}{2000 \times 3{,}14}$$

$$r = 6^{cm}{,}73.$$

Dieß ist noch ein zu kleiner Radius, da das eigentliche Gewicht der Stange mehr als 394 Kil. beträgt.

Setzt man nun an die Stelle von $P + \frac{1}{2}\, p$, $P + p$ und berechnet den Werth für r, zieht man aus demselben und dem zuletzt erhaltenen Werthe das arithmetische Mittel, so erhält man ziemlich genau den eigentlichen Radius der Stange. Es ist:

$$P + p = 1000 + 394 = 1394 \text{ Kil.}$$

$$\text{folglich } r^3 = \frac{4 \times 1394 \times 400}{2000 \times 3{,}14}$$

$$\text{und } r = 7^{cm}{,}08.$$

Das arithmetische Mittel zwischen 7,08 und 6,73 ist:

$$r = 6^{cm}{,}9.$$

Der gesuchte Diameter der Stange ist also $= 2 \times 6{,}9 = 13^{cm}{,}8$.



Nr. 16.

Dicke der Wellzapfen.

Da die Wellzapfen (tourillons) gewöhnlich die dünnsten und schwächsten Theile eines Wellbaumes sind, so sind vorzüglich für diese die Dimensionen mit großer Sorgfalt zu bestimmen.

Die Wellzapfen sind im Allgemeinen zweierlei Efforts unterworfen. Erstens haben sie meistens ein ziemlich großes Gewicht zu tragen und zweitens haben sie eine gewisse Kraft fortzupflanzen, und müssen daher der Drehung widerstehen können. Es ist also bei der Bestimmung des Diameters eines Zapfens wohl zu überlegen, welche dieser beiden Bedingungen einen größern Diameter erfordert. Ist dieß zwiefelhaft, so ist es rathsam, den Diameter für beide Fälle zu berechnen und dann den größern in Anwendung zu bringen.

Dieß ist z. B. der Fall, wenn man den Zapfen eines Wellbaums berechnen will, der ein Schwungrad trägt, da dasselbe meistens von einem großen Gewichte ist und dabei eine beträchtliche Geschwindigkeit hat.

Im Allgemeinen verhalten sich, wie schon gesagt worden ist, die Festigkeiten zweier Zapfen wie die Kuben ihrer Diameter.

Erste Bedingung.

Praktische Regel, um den Diameter des Zapfens für diese Bedingung zu finden.

Robert Buchanan gibt folgende einfache Regel (in englischen Maaßen ausgedrückt), als in den meisten Fällen genügend, an:

Man ziehe aus dem doppelten Gewichte (in Centnern von 112 ℔), welches der Zapfen zu tragen hat, die Kubikwurzel, und nehme die erhaltene Zahl für den Diameter des Zapfens in Zollen an.

Ist P die Portion des Gewichtes des Wellbaumes, welches der Zapfen zu ertragen hat, so ist:

$$d = \sqrt[3]{2P}$$

Hat jeder der beiden Zapfen einer Welle gleich viel zu tragen, d. h. ist die Last ungefähr in der Mitte der Welle angebracht, so ist, wenn Q die totale Last bedeutet,

$$D = \sqrt[3]{Q}. \text{*)}$$

---

*) 1) Da 1 Inch = $2^{cm},54$ und 1 Cntr. = $50^{k},785$, so geht diese Formel in folgende über, in metrischen Maaßen ausgedrückt:

$$d' = 4{,}032 \cdot \sqrt[3]{(P')}$$

und wenn beide Zapfen gleich viel tragen und Q′ die Totallast bedeutet:

$$D' = 3{,}2 \cdot \sqrt[3]{(Q')}$$

wo P′ und Q′ in metrischen Centnern (100 Kil.), d′ und D′ in Centimetern ausgedrückt sind, oder:

2) in französischen Fuß-Maaßen ausgedrückt:

$$d' = 3{,}48 \cdot \sqrt[3]{(P')} \text{ und } D' = 2{,}76 \cdot \sqrt[3]{(Q)}.$$

Aus den Versuchen von Buchanan ergibt sich ferner, daß die Stärke des Gußeisens sich zu jener des geschmiedeten Eisens verhält wie 9 : 14. Der Diameter eines Zapfens von geschmiedetem Eisen kann also kleiner seyn und durch folgende Gleichung bestimmt werden:

$$d = \sqrt[3]{\left(\frac{9}{7}\,P\right)}$$

$$\text{und } D = \sqrt[3]{\left(\frac{9}{14}\,Q\right)} \;{}^{*)}$$

Tretgold schlägt vor, bei den Zapfen aus Gußeisen und geschmiedetem Eisen den Diametern, welche durch diese Gleichungen gefunden werden, noch ⅛ beizufügen, wegen der während der Bewegung statthabenden Abnutzung des Metalles.

Beispiel. Wie stark müssen die gußeisernen Zapfen einer Wasserradwelle seyn von 13′ Länge und 300 Centnern (oder 33600 pounds) Gewicht?

$$D = \sqrt[3]{(Q)} = \sqrt[3]{300} = 6'',7$$

$$+ \frac{1}{8} = \quad .8$$

$$D = 7{,}5 \text{ Inches. } {}^{**)}$$

---

*) Nach Tretgold ist der Unterschied lange nicht so groß. Nach ihm findet man den Durchmesser eines Zapfens aus Stabeisen, wenn man den Diameter des gußeisernen Zapfens mit 0,963 statt mit 0,863, wie Buchanan vorschreibt, multiplizirt.

**) Aus der im ersten Bändchen angegebenen Regel von Tretgold, die hier anwendbar ist, ergibt sich ein stärkerer Diameter der Zapfen. Wird das Gewicht als in der Mitte befindlich angenommen, so wäre nach dieser Regel

$$D = \sqrt[3]{\left(\frac{33600 \times 13'}{500}\right)} = 9\tfrac{1}{2} \text{ Inches.}$$

und wenn dasselbe als gleichförmig vertheilt angenommen wird (nach Nro. 9),

$$D = \sqrt[3]{\frac{16800 \times 13}{500}} = 7{,}59 \text{ Inches.}$$

Beispiel. Es sey ein Wellbaum von 8′ (engl.) Länge (s. Fig. 13) mit einem Rade belastet, dessen Gewicht 60 Centner ist, jedoch nicht auf der Mitte desselben, sondern 6′ von dem einen Zapfen und hiemit 2′ von dem andern Zapfen entfernt. Man sucht den Diameter der beiden Zapfen aus geschmiedetem Eisen zu bestimmen.

Antwort. Es muß zuerst die Last bestimmt werden, welche auf jeden Zapfen drückt. Ist p die Last desjenigen, der dem Rade am nächsten ist, und p′ die Last des entfernteren, so ist:

$$p = \frac{60 \times 6'}{8} = 45 \text{ Cub.}$$

$$\text{und } p' = \frac{60 \times 2'}{8} = 15 \text{ Cub.}$$

folglich der Diameter des näheren Zapfens:

$$d = \sqrt{\left(\frac{9}{7} Q\right)} = \sqrt{\left(\frac{9}{7} . 45\right)} = 3{,}87$$

$$+ \frac{1}{8} = 0{,}48$$

$$d = 435 \text{ Inches,}$$

und der Diameter des entferntern Zapfens:

$$d' = \sqrt{\left(\frac{9}{7} \times 15\right)} = 2{,}68$$

$$+ \frac{1}{8} = 0{,}33$$

$$d' = 3{,}01 \text{ Inches.}$$

Da die Summe der Reibung an den Zapfen immer dieselbe bleibt und gar nicht von der Länge derselben abhängt, so ist es vortheilhaft, dieselben so lang als möglich zu machen,

da alsdann die Reibung auf der ganzen Länge vertheilt und die Abnutzung der Zapfen hiemit weit geringer ist.

Indessen werden auch hier wieder gewisse Limiten befolgt. Tretgold macht gußeiserne Zapfen $1\frac{1}{5}$mal so lang als ihr Diameter, und Zapfen aus geschmiedetem Eisen $1\frac{1}{2}$mal so lang als ihr Diameter ist.

Zweite Bedingung.

Soll der Wellbaum eine Kraft fortpflanzen, so muß derselbe so wie seine Zapfen eine hinreichende Dicke haben, um der Drehung zu widerstehen, und diese muß um so beträchtlicher seyn, je näher sie der bewegenden Kraft (dem Rade) liegen. Es müssen sich ferner die Kuben der Diameter der Zapfen zu einander verhalten wie die dynamischen Effekte während eines Umganges.

Ist daher:

A der dynamische Effekt des einen Wellbaumes per Minute,
n die Anzahl Umgänge, die er in 1 Minute macht, und
D der Durchmesser seiner Zapfen;
A′ der dynamische Effekt eines andern Wellbaumes per Minute,
n′ die Anzahl Umgänge per Minute, und
D′ der Durchmesser seiner Zapfen, so hat man:

$$\frac{A}{n} : \frac{A'}{n'} :: D^3 : D'^3$$

$$\text{folglich: } D'^3 = \frac{A'}{n'} \times D^3 \times \frac{n}{A}.$$

Kennt man also den schicklichen Diameter der Zapfen eines Wellbaumes von einem bekannten dynamischen Effekte, so ist es leicht, denjenigen eines andern zu finden, der eine andere Kraft und Geschwindigkeit besitzt.

Nach den Versuchen von R. Buchanan muß der Durchmesser der Zapfen eines Wellbaumes, der eine Kraft von 50 Pferden besitzt und 50 Umgänge per Minute macht, $7\frac{1}{2}$ Inches betragen, damit er keinen Schaden befürchten lasse. Es ist also hier

$$\frac{n}{A} \cdot D^3 = \frac{50}{50} \times (7\tfrac{1}{2})^3 = 422.$$

und hiemit:

$$D'^3 = 422 \times \frac{A'}{n'} \text{ *)}.$$

Buchanan leitet daraus folgende praktische Vorschriften ab:

Um den **Durchmesser** (D) der Wendelbäume **ersten** Ranges (oder eigentlich ihrer Verbindungszapfen) zu finden, multiplizire man die Pferdekraft (K) mit 400, dividire das Produkt durch die Zahl der Umgänge (n) in Minuten und ziehe aus dem Quotienten die Kubikwurzel. Diese gibt den nöthigen Durchmesser in (engl.) Zollen oder,

$$\sqrt[3]{\frac{400\ K}{n}}$$

*) Für Zapfen von geschmiedetem Eisen hat man:

$$D^3 = 422 \times \frac{9}{14} \times \frac{A'}{n'}.$$

Für Wendelbäume zweiter Klasse (oder entferntere Motoren) multiplizire man K mit 200 (oder nehme $\frac{4}{5}$ der erstern als Durchmesser).

Und für die entferntesten Communikationsstangen nehme man 100 K oder $\frac{5}{8}$ der erstern zum Durchmesser.

Beispiel 1. Wie stark muß ein Wellbaum erster Klasse (oder der eines Schwungrades) seyn, wenn er 90 Umgänge in einer Minute macht, und die Maschine eine Stärke von 45 Pf.-Kraft hat?

Antwort.

$$\frac{45 \times 400}{90} = 200. \sqrt[3]{200} = 5{,}8'' \text{ Diameter.}$$

Beispiel 2. Wie groß ist der nöthige Durchmesser eines Wendelbaumes zweiter Klasse an derselben Maschine?

Antwort.

$$\sqrt[3]{\frac{45 \times 200}{90}} = \sqrt[3]{100} = 4{,}6 \text{ Diam.}$$

Aus obiger Formel ergibt sich ferner:

$$R = \frac{400\ K}{D^3}$$

$$\text{und } K = \frac{D^3 \times R}{400}$$

Beispiel 1. Welche Kraft kommt einem Wendelbaume von 3″ Dicke am Schwunge oder einer Maschine zu, das 80 Umgänge in einer Minute macht?

Antwort.

$D^3 = 27$. Also $\frac{27 \times 80}{400} = \frac{27}{5} = 5\frac{2}{5}$ Pf.=Kraft.

Beispiel 2. Wie viel Umgänge soll das Schwungrad an einer Maschine von 36 Pf. machen, wenn der Wendelbaum 6″ stark ist?

Antwort.

$$\frac{400 \times 36}{216} = \frac{400}{6} = 66\frac{2}{3} \text{ Umgänge.}$$

Nach dieser Vorschrift ist die folgende Tafel für die verschiedenen Durchmesser gußeiserner Wellbäume erster Klasse entworfen, und zwar für Maschinen von 4 bis 60 Pferdekräften und auf 10 — 105 Umgänge berechnet.

Tabelle

für die Durchmesser der Wellzapfen an Schwungrädern u. a.

Pferdekraft.	Zahl der Umgänge in 1 Minute.																	
	10	20	30	35	40	45	50	55	60	65	70	75	80	85	90	95	100	105
4	5,5	4,5	3,7	3,8	3,5	3,3	3,2	3,1	3	2,9	2,9	2,8	2,7	2,7	2,6	2,6	2,6	2,5
6	6,3	5	4,4	4,1	4	3,8	3,7	3,6	3,5	3,5	3,4	3,3	3,2	3,2	3	3	2,9	2,9
8	6,9	5,5	4,8	4,6	4,4	4,2	4,1	4	3,9	3,8	3,7	3,6	3,5	3,5	3,4	3,4	3,3	3,2
10	7,4	5,9	5,2	4,9	4,7	4,6	4,4	4,2	4,1	4	3,9	3,8	3,7	3,7	3,6	3,6	3,5	3,4
12	7,9	6,3	5,6	5,4	5,2	5	4,8	4,6	4,4	4,3	4,2	4,1	4	3,9	3,8	3,8	3,7	3,6
16	8,7	7,1	6,1	5,8	5,6	5,4	5,2	5	4,8	4,7	4,6	4,5	4,4	4,4	4,2	4,2	4,1	4
20	9,3	7,4	6,6	6,4	5,9	5,7	5,6	5,4	5,2	5,1	5	4,8	4,6	4,6	4,5	4,5	4,4	4,4
25	10	8	7,1	6,8	6,3	6	5,9	5,6	5,5	5,4	5,3	5,2	5,1	4,9	4,8	4,7	4,6	4,6
30	10,7	8,4	7,4	7,1	6,9	6,7	6,5	6,3	5,9	5,8	5,7	5,6	5,5	5,3	5,2	5,1	5	4,9
35	11,4	8,9	7,9	7,4	7,1	6,9	6,6	6,5	6,3	6,1	5,9	5,7	5,6	5,5	5,4	5,3	5,2	5,2
40	11,7	9,3	8,3	7,8	7,4	7,2	6,9	6,7	6,6	6,4	6,2	6	5,9	5,8	5,7	5,6	5,6	5,5
45	12	9,7	8,7	8,1	7,6	7,4	7	6,8	6,6	6,5	6,4	6,2	6,1	6	5,9	5,8	5,7	5,6
50	12,6	10	9	8,5	8	7,8	7,4	7,3	7,2	6,9	6,8	6,6	6,5	6,4	6,2	6	5,9	5,8
60	15,6	10,8	9,3	9	8,6	8,2	7,7	7,6	7,4	7,3	7,2	6,9	6,8	6,8	6,7	6,6	6,4	6,2

Diameter in englischen Zollen.

Da 1 Inch = $2^{cm},54$, 1 Pferdekraft = 75 k × m per Sekunde = 4500 k × m per Minute ist, so ist (in metrischen Maaßen ausgedrückt):

$$D'^3 = \frac{(2,54)^3 \times (7,5)^5 \times 50}{4500 \times 50} \times \frac{A'}{n'} = 1,53 \times \frac{A'}{n'}$$

für das Gußeisen, und

$$D'^3 = \frac{9}{14} \times 1,53 \times \frac{A'}{n'}$$

für das geschmiedete Eisen.

Die Sektion des Baumes selbst macht man gewöhnlich um $\frac{1}{10}$ größer als die der Zapfen, und es ist unnöthig, dieselbe durch eine besondere Rechnung zu finden, wenn die Länge desselben nicht über 10 — 12mal den Diameter beträgt. Ist letzteres aber der Fall, so muß man denselben berechnen; doch ist es nicht nöthig, der ganzen Länge des Baumes die durch Rechnung gefundene Sektion zu geben.

Beispiel. Es sey ein gußeiserner Baum von 4^m Länge mit einem Wasserrade belastet, welches 5000 Kil. wiegt, 25 Umgänge per Minute macht und eine Kraft von 15 Pferden fortpflanzt. Damit die Zapfen dem Drucke allein widerstehen können, muß:

$$D' = 3,2 \cdot \sqrt{Q'} = 5,2 \cdot \sqrt{(50)} = 11^{cm},8$$

$$+ \frac{1}{8} = 1,5$$

$$\overline{13^{cm},3} \text{ seyn.}$$

Um der Drehung allein zu widerstehen, muß:

$$D'^3 = \frac{1,53 \times 15 \times 4500}{25} = 4131$$

und $D' = 16^{cm}$ ungefähr seyn.

Letzterer ist also derjenige, der angewendet werden muß. Für den Diameter des Baumes selbst hat man:

$$r^3 = \frac{3}{2} \frac{P\,l}{R\,\pi}\ R = 560 \text{ Kilogr.}$$

$$= \frac{3}{2} \times \frac{5000\ k \times 400^{cm.}}{560 \times 3{,}14}$$

$$r = 11{,}95 \text{ und } d = 23^{cm}{,}90.$$

Dieß ist der Durchmesser, welchen man dem Wellbaume in seiner Mitte gibt. An den beiden Enden gibt man ihm nur $\frac{1}{8}$ mehr als 16^{cm} oder 18^{cm} Diameter.



Nr. 17.

Ausdehnung der Körper durch die Wärme.

Alle Körper werden durch die Wärme mehr oder weniger ausgedehnt, und zwar am meisten die luftförmigen, am wenigsten die festen. Scheinbare Ausnahmen rühren nur von zugleich wirkenden Nebenumständen, wie etwa von zugleich statt habender Austrocknung, Kristallisation ꝛc. her.

I. Ausdehnung fester Körper.

Laplace und Lavoisier haben gefunden, daß die Dilatationen eines und desselben Körpers von 0° bis 100° C gleichförmig sind, d. h., daß für eine gleiche Anzahl von Graden die Länge der Stangen um einen gleichen Theil ihrer primitiven Länge zunimmt. Nach Petit und Dulong hat dieß nicht mehr statt von 0° bis 300°, wo alsdann die Zunahmen sehr beträchtlich sind, wie es folgende Tafel zeigt:

Ist die Länge der Stange = 1, so ist die Ausdehnung derselben der Länge nach

	von 0—100° C	von 0—200° C	von 0—300° C
bei Platina	0,0008842	—	0,0027548
„ Glas	0,0008613	0,0018450	0,00303252
„ Eisen	0,0018210	—	0,0044053
„ Kupfer	0,0017182	—	0,0056497

	von 0—100 C	
Stahl { nicht gehärteter . .	0,0010788	Nach Laplace und Lavoisier.
Stahl { gehärteter	0,0012396	
Messing	0,0018667	
Silber	0,0019087	
Gold	0,0015136	
Zinn	0,0021730	
Blei	0,0028484	
Zink	0,0029417	
Gußeisen	0,0011100	nach Roy.

Diese Tabelle gibt die Ausdehnung nur für eine Dimension an; indessen kann man leicht diejenige des ganzen Votums, d. h. aller drei Dimensionen finden, da dieselbe ziemlich genau das Dreifache der angegebenen ist. *)

---

*) Ist das primitive Vol. = V, das vergrößerte = V′, die Temperatur = t und der Koeffizient, der in vorhergehender Tafel angezeigt und bei jedem Körper hiemit verschieden ist, = a, so ist:

$$V' = V\,(1 + 3\,a\,t).$$

Beispiel. Um wie viel dehnt sich eine Eisenstange von 5^m Länge aus, wenn sie sich von 20° C auf 90° C erhitzt, mithin ihre Temperatur um 70° C erhöht wird?

Antwort. $0{,}70 \times 5^m \times 0{,}0018210 = 0^m{,}0637$ Ausdehnung der Länge nach; $3 \times 0^m{,}0637 = 0^{m.c}{,}1911$ Vergrößerung des Volums. Um die Ausdehnung der nämlichen Eisenstange bei Erhitzung von 220° — 290° zu finden, müßte man nur den Koeffizienten 0,0018210 durch den Koeffizienten 0,0044053 ersetzen, (siehe vorhergehende Tabelle).

Ein hohler Körper dehnt sich gerade um so viel aus, als wenn er massiv wäre.

Obschon die Dilatation für kleine Temperaturerhöhungen, wie sie z. B. in der Atmosphäre statt haben (von 25° höchstens), sehr klein ist, so kann sie doch schon bedeutende und oft sehr nachtheilige Veränderungen hervorbringen, und es ist daher rathsam, in allen großen Construktionen, so wie in allen denjenigen, die viel Genauigkeit erfordern, diese in Rechnung zu bringen.

Gußeiserne Röhren würden z. B. durch die gewöhnlichen Veränderungen der Temperatur leicht auseinander gerissen und selbst zerbrochen werden, wenn man sie nicht mit einigen Compensatoren versehen würde.

Große Compensatoren werden nur auf Entfernung von 100^m zu einander placirt. Da sich das Gußeisen bei 100° C Temperaturerhöhung um 0,0011 seiner Länge ausdehnt, so dehnen sich 100^m bei 25° C Erhöhung um $100 \times 0{,}25 \times 0{,}0011 = 0^m{,}03$ aus. Die Distanz zwischen den Enden der aufeinander folgenden Röhren in einem Compensator muß also wenigstens 3 Centimeter betragen; der dadurch gebildete Zwischenraum wird gewöhnlich mit getheerten Seilen ausgefüllt.

Bei Dampfleitungen sind diese Vorsichtsmaaßregeln noch nothwendiger, da die Temperatur-Unterschiede ungleich größer dabei sind.

2) Ausdehnung flüssiger Körper.

Die Ausdehnung der Flüssigkeiten ist weit weniger gleichförmig; im Allgemeinen ist sie desto größer, je niedriger der Siedepunkt ist, und je mehr sich die Wärme dem Siedepunkte nähert.

Das Wasser ist bei etwa 3° R. am dichtesten; nach Biot (Traité. I. 425) wächst das Volum also:

bei	0°	R.	= 1,00000
„	5	„	= 0,99998
„	10	„	= 1,00044
„	15	„	= 1,00137
„	20	„	= 1,00274
„	25	„	= 1,00454
„	30	„	= 1,00675
„	35	„	= 1,00934
„	40	„	= 1,01229
„	45	„	= 1,01560
„	50	„	= 1,01922
„	55	„	= 1,02315
„	60	„	= 1,02736
„	65	„	= 1,03184
„	70	„	= 1,03655
„	75	„	= 1,04149
„	80	„	= 1,04664

Das Wasser dehnt sich also

von	10° — 38°	nur um	1	proCt.
„	10° — 45°	um	1½	„
„	45° — 80°	um	3	„

aus; 104 Maaß kochendheißes Wasser geben (wenn während des Erkaltens auch nichts verdunstet) nur 100 Maaß von 25 — 30° R.

3) Ausdehnung luftförmiger Körper.

Nach Gay-Lussac ist die Ausdehnung der atmosphärischen Luft, (so wie aller andern Gasarten und Dämpfe), gleichförmig und dieselbe für eine gleiche Temperaturerhöhung. Diese Dilatation ist für die Erhöhung von

$$1^\circ \text{ C} = 0{,}00375 = \frac{1}{267}$$

des primitiven Volums; für die Erhöhung von

$$1^\circ \text{ R hiemit} = 0{,}0046875 = \frac{1}{213}$$

und für diejenige von 1° F = 0,00208.

Die Luft, indem ihre Temperatur sich von 1° auf 2° erhöht, dehnt sich hiemit um ebensoviel aus, als wenn ihre Temperatur sich von 30° auf 31° oder von 79° auf 80° u. s. w. erhöht. Ein Volum wird ferner bei Erhöhung von 2° C um zweimal 0,00375 desselben vergrößert werden, bei Erhöhung von 100° um 100 × 0,00375 oder ungefähr ⅜ u. s. w.

Ein Vol. V wird demnach bei Erhöhung von t° C zu:

$$v + v \cdot 0{,}00375\ t = v\ (1 \times 0{,}00375\ t)$$

oder wenn wir den konstanten Dilatationskoeffizienten 0,00375 = a setzen, so wird ein Volum v zu v (1 + at).

Aus diesem folgt, daß, wenn das Volum einer gewissen Menge Luft bei einer Temperatur t′ = v′ ist, ihr Volum bei einer andern Temperatur t″

$$= \frac{v'\,(1 + at'')}{1 + at'} = v' \left(1 + a\,(t'' - t')\right)$$ seyn wird.

Ueberhaupt ist

$$\frac{v'}{v''} = \frac{1 + at'}{1 + at''}.$$

Da alles bis dahin Gesagte auch statt hat für alle andere Gasarten, so wie auch unter jeder Pression, und da die Volumina zweier Körper im umgekehrten Verhältnisse zu ihren Dichtigkeiten und Pressionen sind, so haben wir folgende Proportion:

$$\frac{v'}{v''} = \frac{1 + at'}{1 + at''} \times \frac{d''}{d'} \times \frac{p''}{p'}.$$

folglich:

$$v'' = \frac{v'\,(1 + at'')\,.\,d'\,p'}{(1 + at'\,d''\,p''}.$$

Beispiel I. Das Volum eines Kilogrammes atmosphärischer Luft bei einer Temperatur von 0° und unter einer Pression von 76 Centimetern (0m,76) Quecksilberhöhe ist = 769lit.,76.

Welches ist das Volum eines Kilogrammes atmosphärischer Luft bei einer Temperatur von 46° C und unter einer Pression von $1^{m},25$?

Antwort.

$$v'' = 769^{l},76 \frac{1+0,00375 \times 46^{\circ}}{1+0,00375 \times 0^{\circ}} \times \frac{0^{m},76}{1^{m},25}$$
$$= 548^{l},75.$$

Beispiel II. 1 Cub.^{m} atmosphärische Luft bei 0° und unter einer Pression von $0^{m},76$ wiegt $1^{k},2991$, wie viel wiegt 1 Cub.^{m} atmosphärische Luft bei 66° und unter einer Pression von $1^{m},50$?

Da die Gewichte im umgekehrten Verhältnisse zu den Volumen stehen oder da:

$$P' : P'' :: v'' : v', \text{ so hat man:}$$
$$\frac{P''}{P'} = \frac{1+at'}{1+at''} \times \frac{d''}{d'} \times \frac{p''}{p'}.$$

folglich:

$$P'' = \frac{P'(1+at') \times d''\,p''}{(1+at'') \times d'\,p'}.$$
$$= \frac{1^{k},2991\,(1+0,00375 \times 0^{\circ}) \times 1 \times 1^{m},50}{(1+0,00375 \times 66^{\circ}) \times 1 \times 0^{m},76} = 2^{l},055.$$

Da man gewöhnlich das Volum eines bestimmten Gewichtes von Dampf aus demjenigen Dampfe berechnet, welcher einem Atmosphärendrucke = 760^{mm} und einer Temperatur von 100° C entspricht, und wovon das Volum eines Kilogrammes = $1^{mc},700$ ist, so ist dasjenige von 1 Kil. eines andern Dampfes, dessen Temperatur = t und dessen Pression = p ist (in Cub.^{m} ausgedrückt), oder:

$$v = \frac{1{,}700\ (1 + at) \times 760}{(1 + 100 \times 0{,}00375) \times p} = \frac{939{,}64\ (1 + at)}{p}.$$

Mittelst dieser Formel läßt sich leicht das Volum eines gegebenen Gewichtes Dampf von gegebener Tension berechnen.

Beispiel. Welches ist das Volum eines Kilogrammes Dampf von 7 Atmosphären?

Antwort. 7 Atmosphären = 5320^{mm} Tension bei einer Temperatur von $166^{\circ},45$ (siehe Tabelle, Nr. 22), folglich:

$$v = \frac{939{,}64\ (1 + 166{,}45 \times 0{,}00375)}{5320}$$

$$= 0^{m.c},28670.$$

Nr. 18.

Von den Schornsteinen. *)

Aufgabe I. Es sey die Höhe und der Diameter eines Schornsteines gegeben, man sucht die Geschwindigkeit des Rauchs (der verbrannten Luft) in demselben zu bestimmen.

Die Kraft, mit welcher die Luft in dem Schornsteine aufzusteigen sucht, hängt einzig von der Vergrößerung ihres Volums, und hiemit von der Verminderung ihrer Dichtigkeit in Folge ihrer Erhitzung ab, und ist also desto größer, je größer der Temperaturunterschied zwischen dieser Luft und der äußern Luft ist.

Es sey t die Temperatur der äußern Luft, t' diejenige im Innern des Schornsteines, so ist $t' - t$ die Erhöhung der Temperatur, und folglich wird die Höhe h einer Luftsäule, deren Sektion sich nicht verändern kann (nach dem vorigen Abschnitte), zu $h\left(1 + a\,(t - t').\right)$

Die Differenz dieser Höhe und diejenige der äußern Luft ist hiemit:

$$h\left(1 + a\,(t - t')\right) - h = h\,a\,(t - t')$$

*) S. Traité de Chaleur par Péclet, 2 Vol.

Die Geschwindigkeit, welche durch die Differenz erzeugt wird, ist diejenige, welche ein Körper erlangen würde, wenn er von dieser Höhe herunterfiele. Es ist daher dieselbe oder:

$$v = \sqrt{2\,g\,h\,a\,(t - t')}$$

Diese Formel stimmt nicht mit der Erfahrung überein, welches wohl von der ziemlich beträchtlichen Reibung herrührt, welche der Rauch erleidet, während er den Schornstein hinaufzieht.

Diese Reibung gegen die Wände des Schornsteines wächst im quadratischen Verhältnisse der Geschwindigkeit der Luft, im einfachen Verhältniß der Länge des Raumes, den der Rauch durchstreicht, und im umgekehrten Verhältnisse des Durchmessers des Schornsteines. *)

*) Ist also P der theoretische Druck, dem die Geschwindigkeit entspricht, die wir so eben berechnet haben, oder $= h\,a\,(t - t')$ und p der effektive Druck, dem die wirkliche und beobachtete Geschwindigkeit entspricht, so ist:

$$p = P - \frac{k\,v^2\,L}{D}$$

wo v die Geschwindigkeit der innern Luft,
L die Länge des Raumes, den der Rauch durchstreicht,
D den Diameter des Schornsteines und
K einen Reibungskoeffizienten bedeutet, der je nach der Natur des Schornsteins verschieden und durch praktische Versuche zu bestimmen ist.

Führt man diesen Werth von p oder h in die Gleichung ein, so erhält man:

$$v = \sqrt{2\,g\left(h\,a\,(t - t') - \frac{k\,v^2\,L}{D}\right)}$$

$$= \frac{1}{k} \cdot \sqrt{\frac{h\,a\,(t - t')\,.\,D}{L + \frac{1}{2\,g\,k}\,.\,D}}$$

Je enger also ein Schornstein ist, je grösser seine Höhe und je grösser die Geschwindigkeit der innern Luft ist, desto beträchtlicher ist die Reibung.

In Betracht auf dieselbe hat Herr Péclet folgende Geschwindigkeiten in Metern per Sekunde aufgefunden:

Für Schornsteine von Backsteinen.

Das Hinaufsteigen reiner Luft geschieht mit einer Geschwindigkeit:

$$v = 9{,}12 \,.\, \sqrt{\frac{h\, a\, (t - t').D}{L + 4D}}$$

Das Hinaufsteigen halb verbrannter Luft geschieht mit einer Geschwindigkeit:

$$\text{I. } v = 8{,}85 \sqrt{\frac{h\, a\, (t - t') : D}{L + 4D}}$$

Für Schornsteine von Kupfer- und Eisenblech.

Das Hinaufsteigen reiner Luft geschieht mit einer Geschwindigkeit:

$$v = 14{,}43 \,.\, \sqrt{\frac{h\, a\, (t - t')\, .\, D}{L + 10D.}}$$

Aus einer zahlreichen Reihe von genauen Versuchen hat Herr Péclet folgende konstante Werthe für k gefunden:

$k = 0{,}0127$ für Schornsteine von Backsteinen,
$k = 0{,}0050$ „ „ „ Eisen- und Kupferblech,
$k = 0{,}0025$ „ „ „ aus Gußeisen.

(Die Reibung ist also in backsteinenen Schornsteinen am größten, in gußeisernen am kleinsten. Indem man nun in die obige Gleichung diese Werthe für k einführt, so erhält man die drei oben angeführten Gleichungen.

Das Hinaufsteigen halb verbrannter Luft geschieht mit einer Geschwindigkeit:

$$\text{II. } v = 14 \,.\, \sqrt{\frac{h\,a\,(t - t')\,.\,D}{L + 10\,D}}$$

Für Schornsteine aus Gußeisen.

Das Hinaufsteigen reiner Luft geschieht mit einer Geschwindigkeit:

$$v = 20{,}41 \,.\, \sqrt{\frac{h\,a\,(t - t')\;D}{L + 20\,D}}$$

Das Hinaufsteigen halb verbrannter Luft geschieht mit einer Geschwindigkeit:

$$\text{III. } v = 19{,}80 \,.\, \sqrt{\frac{h\,a\,(t - t')\;D}{L + 20\,D}}$$

Die Gleichungen I., II. und III. sind in Metern ausgedrückt, und gehen in folgende über, in französischen Fußen ausgedrückt:

$$\text{I. } v = 8{,}85 \,.\, \sqrt{\frac{h\,a\,(t - t')\,.\,D}{L + 1{,}3\,D.}}$$

$$\text{II. } v = 14 \,.\, \sqrt{\frac{h\,a\,(t - t')\,.\,D}{L + 3{,}31\,D}}$$

$$\text{und III. } v = 1980 \,.\, \sqrt{\frac{h\,a\,(t - t')\,.\,D}{L + 6{,}62\,D}}$$

$$(\text{wo } a = 0{,}0046875 = \frac{1}{213} \text{ ist}).$$

Beispiel. Wie groß ist die Geschwindigkeit der verbrannten Luft in einem gußeisernen Schornsteine von 30 Meter Höhe und 20 Centimter Diameter?

Antwort. Es sey die Temperatur der innern Luft = 500° C, die der äußern = 20° C. Nehmen wir die Entfernung des Feuerraumes von dem untern Theile des Schornsteines = 10^{m} an, so ist die ganze Länge, die der Rauch durchstreichen muß, oder $L = 30 + 10 = 40^{m}$. Es ist daher:

$$v = 19{,}80 \,.\, \sqrt{\frac{30^{m} \times 0{,}00375\,(500 - 20) \times 0^{m}{,}20}{40 + 0{,}20 \times 20.}}$$

$= 9^{m}{,}8$ per Sekunde.

Wäre die Reibung nicht in Rechnung gebracht worden, so würde man eine Geschwindigkeit von

$$\sqrt{2\,g\,h\,a\,(t - t')} = 32^{m} \text{ per Sekunde}$$

erhalten haben. Man sieht also, daß die Reibung sehr beträchtlich ist, und nie vernachlässigt werden darf.

Aufgabe II. Man sucht den Diameter eines Schornsteines von gegebener Höhe zu bestimmen, der zur Verbrennung einer gegebenen Menge Brennmaterial dienen soll.

Man hat gefunden, daß:

1 Kil.	Steinkohle zu seiner Verbrennung circa	20 Cub^m
„	ganz trockenes Holz	10 „
„	Holz von 12 Monaten	7½ „
„	Cotre oder Holzkohle	18 „

atmosphärische Luft erfordert, wobei die Luft, welche unverbrannt durch den Schornstein zieht, mit eingerechnet ist.

Es sey das Volum Luft, welches die gegebene Menge Brennmaterial zu seiner Verbrennung erfordert, = A, so wird dasselbe bei der Temperaturerhöhung von t — t′ Grade $= A\,(1 + a\,(t - t')) = A'$.

Dieses letztere muß gleich seyn dem Produkte der Sektion des Schornsteines in die Geschwindigkeit der Luft im Innern desselben oder:

$$A' = S \times V.$$

Ist die innere Sektion des Schornsteines rund, so ist daher:

$$A' = \frac{\pi\,D^2}{4} \times V.$$

für eine quadratische Sektion ist hingegen

$A' = D^2\,V$ (wo D eine Seite derselben bezeichnet).

Indem man nun in diesen beiden Gleichungen die angegebenen Werthe von V einführt, erhält man folgende Gleichungen:

	runde Sektion.	quadratische Sektion.
Backsteinene Schornsteine	$D = 0{,}46045 \,.\, Z$	$D = 0{,}41805 \,.\, Z$
id. aus Kupfer u. Eisenblech	$D = 0{,}38328 \,.\, Z$	$D = 0{,}34797 \,.\, Z$
id. aus Gußeisen . .	$D = 0{,}33365 \,.\, Z$	$D = 0{,}30292 \,.\, Z$

Hier ist:

$$Z = \sqrt[5]{\frac{A'^2 \,.\, l.}{H\,a\,(t - t')}}$$

wo H die Höhe des Schornsteines,

L die Länge des Raumes, den der Rauch zu durchstreichen hat, und

A′ die Menge heißer Luft, welche in einer gegebenen Zeit herausstreichen soll, bedeutet.

Es versteht sich von selbst, daß der Diameter, der durch diese Formeln gefunden wird, der kleinsten Sektion entspricht, die gebraucht werden kann. Da also gewöhnlich der Schornstein oben enger als unten ist, so gilt dieser Diameter nur für die obere Sektion. Derjenige der untern ist ziemlich willkürlich. Es ist ferner vortheilhaft, den Rauchgängen, die vom Feuerraume bis an den untern Theil des Schornsteines gehen, den gefundenen Diameter zu geben und denselben für die obere Sektion des Schornsteines noch um $\frac{1}{3}$ — $\frac{1}{2}$ zu vergrößern.

Beispiel. Man verlangt die Seite eines quadratischen backsteinenen Schornsteines von 10^m Höhe zu wissen, der zu einer stündlichen Verbrennung von 40 Kil. Steinkohlen dienen soll.

Antwort. Es braucht dazu $40 \times 20 = 800$ Cubikmeter kalter Luft oder $800\ (1 + 0{,}00375 \times 500) = 2296$ Cub.^{m} heißer Luft von 500° C per Stunde und

$$\frac{2296}{3600} = 0^{mc}{,}6378 \text{ per Sekunde} = A'.$$

Es ist also:

$$D = 0{,}41805 \cdot \sqrt{\frac{(0{,}6378)^2 \times 20^m.}{10^m \times 0{,}00375 \times 5000}}$$

$$= 0^m{,}35376.$$

Man gebe also der Sektion des Rauchganges eine Seite von $3\frac{1}{2}$ Dezimeter, der obersten Sektion des Schornsteines hingegen $\frac{1}{2}$ mehr oder $4\frac{1}{2}{}^{dm}$.

Von einigen andern Dimensionen der Schornsteine.

Um den backsteinenen Schornsteinen mehr Stabilität zu geben, macht man sie etwas konisch, im Innern gleichfalls, doch bei Weitem nicht so viel, so daß die Dicke des Schornsteines sich von oben bis unten immer mehr und mehr vergrößert. Folgendes sind die Dimensionen, die am vortheilhaftesten zu seyn scheinen:

Für Schornsteine von 10 — 15^{m} Höhe.

$e = 0^{m},10$ Breite eines Backsteines;

$$D' = D + \frac{1}{20} h;$$

$$d' = d;$$

$$E = e + \frac{1}{20} h.$$

Für größere Schornsteine.

$e = 0^{m},21$ Länge eines Backsteines;

$$D' = D + \frac{1}{20} h;$$

$$E = e + \frac{1}{60} h;$$

$$d' = d + \frac{1}{60} h;$$

wo D den äußern Durchmesser der obern Sektion, d den innern Durchmesser und e die Dicke derselben, D′ den äußern Diameter der untern Sektion, d′ den innern Diameter und E die Dicke derselben bezeichnet.

Schornsteinen aus Kupfer oder Eisenblech gibt man oben eine Sektion = $\frac{2}{3}$ oder $\frac{1}{2}$ der untern Sektion. Für eine Höhe von 30^{m} gibt man ihm auf dem obersten Drittel seiner Höhe ungefähr 1^{mm} Dicke, auf der übrigen Höhe 2^{mm} Dicke.



Nr. 19.

Von der spezifischen Wärme der Körper.

Die Erfahrung lehrt, daß, um gleiche Massen verschiedener Substanzen zu erwärmen, oder um ihre Temperatur um gleich viel Thermometergrade zu erhöhen, es einer sehr verschiedenen Wärmemenge bedarf. So z. B. braucht es eben so viel Wärme, um 1 Kil. Wasser von 0° — 3°, als um 1 Kil. Quecksilber von 0° — 100° zu erwärmen.

Die relative Wärmemenge, welche die verschiedenen Körper bei gleichem Gewichte absorbiren, damit ihre Temperatur um eine gleiche Anzahl von Graden erhöht werde, wird die spezifische Wärmemenge (capacité calorifique) genannt. Gewöhnlich wird auch hier die des Wassers zur Einheit angenommen.

Eine der einfachsten Methoden, um dieselbe für feste und flüssige Körper zu bestimmen, ist die der Mischungen. Man weiß nämlich, daß, wenn gleiche Gewichte von zwei Flüssigkeiten mit einander gemischt werden, (ohne daß eine chemische Veränderung statt hat), oder wenn in eine Flüssigkeit ein

Körper von gleichem Gewichte getaucht wird, die Temperatur der Mischung (im Falle, daß beide Körper die nämliche spezifische Wärme haben) gerade das arithmetische Mittel zwischen den primitiven Temperaturen der beiden Körper seyn wird.

Mischt man z. B. 1 Kil. Wasser von 15° mit 1 Kil. Wasser von 35°, so erhält man 2 Kil. Wasser von

$$\frac{15 + 35}{2} = 25°.$$

Ist aber die spezifische Wärme der beiden Körper nicht gleich, so ist die Temperatur des Gemisches nicht mehr das arithmetische Mittel aus demjenigen der beiden Körper, und aus der Beobachtung derselben kann man mit Leichtigkeit auf das Verhältniß ihrer spezifischen Wärme schließen.

Man erhält z. B., wenn man 1 Kil. Wasser von 0° mit 1 Kil. Quecksilber von 100° mischt, eine Mischung, deren Temperatur = 3°. Die spezifische Wärme des Wassers ist also zu derjenigen des Quecksilbers wie 97 : 3 = 32, 33 : 1.

Tabelle der spezifischen Wärmemengen nach Petit und Dulong.

Wasser	1,0000,
Quecksilber	0,0330,
Silber	0,0557,
Zink	0,0927,
Kupfer	0,0940,

Eisen	0,1098,
Wismuth	0,0288,
Blei	0,0293,
Gold	0,0298,
Zinn	0,0514,
Glas	0,1770,
Alkohol (spezifisches Gewicht = 0,81)	0,700,
id. (spezifisches Gewicht = 0,793)	0,622,
Schwefeläther (spez. Gew. = 0,76)	0,600,
id. (spezifisches Gewicht = 0,715)	0,520.

Unter Calorie versteht man die Wärme, welche es braucht, um die Temperatur von 1 Kil. Wasser um 1° C zu erhöhen.

100 Calorien können also die Temperatur von 1 Kil. Wasser von 0° — 100° C, oder diejenige von 100 Kil. Wasser um 1° C erhöhen.

I. Beispiel. Wie viel Calorien erfordern 15 Kil. Eisen, dessen Temperatur von 20° C auf 200° C erhöht werden soll?

Antwort. Die Temperaturerhöhung = 200 — 20 = 180° C 15 Kil. Wasser erfordern dazu 15 × 180 = 2700 Calorien, folglich 15 Kil. Eisen eine Wärme von 2700 × 0,1098 (spez. Wärme des Eisens) = 296,46 Calorien.

II. Beispiel. Welche Temperatur erhält eine Mischung von 1 Kil. Wasser von 100° C mit 5 Kil. Alkohol von 32° C?

Antwort. $\frac{100 + 5 \cdot 32 \cdot 0{,}7}{1 + 5}$ (spezifische Wärme des Alkohols.) $= 35\frac{1}{3}°$. Man erhält also 6 Kil. von $35\frac{1}{3}°$ C.

Tabelle der spezifischen Wärmemengen einiger Gasarten, unter der nämlichen Pression nach La Roche und Bérard.

	Die spez. Wärme der Luft zur Einheit angenommen.		Die spez. Wärme des Wassers zur Einheit angenommen.
	bei gleichem Volume.	bei gleichem Gewichte.	
atmosph. Luft .	1,000	1,000	0,2669
Wasserstoff . .	0,9033	12,3401	3,2936
Kohlensäure . .	1,2583	0,8280	0,2210
Sauerstoff . .	0,9765	0,8848	0,2361
Stickstoff. . .	1,000	1,0318	0,2754
Kohlenwasserstoff	1,5530	1,5763	0,4207
Wasserdampf .	1,9600	3,1360	0,8470

Aus den Versuchen von Clément und Désormes erhellt, daß die spezifische Wärme der atmosphärischen Luft ¼ derjenigen des Wassers ist, so daß 1 Calorie 4 Kil. Luft um 1° C oder 1 Kil. Luft um 4° C erhöhen kann.

Nr. 20.

Heizkraft verschiedener Brennmaterialien.

	Calorien.
1 Kil. vollkommen trockenes Holz gibt . .	3300 — 3900
1 Kil. Holz, das seit 9 — 12 Monaten gefällt ist und noch ¼ Wasser enthält, gibt	2600
1 Kil. Holzkohle	7200
1 Kil. Steinkohle	6000
1 Kil Kokes	6500
1 Kil. Torf (sehr veränderlich)	1200

Heizkraft dem Volume nach.

1 Hektoliter Steinkohle wiegt 80 Kil. und gibt 480000 Calorien.

1 Klafter von 4 Cubikmetern von Holz, das seit einem Jahre gefällt ist, wiegt:

Nußbaumholz . . .	2212 Kil.	und gibt	7742000 Calorien
weißes Eichenholz .	1956 „	„ „	6846000 „
Birkenholz . . .	1707 „	„ „	5974000 „

Buchenholz . . .	1601	Kil.	und	gibt	5603000	Calorien
Kastanienholz . .	1153	„	„	„	4035000	„
Fichtenholz . . .	1218	„	„	„	4263000	„
Pappelholz . . .	877	„	„	„	3009000	„

Aus diesen Angaben findet man leicht die Quantität von Brennmaterial, welche es braucht, um eine verlangte Wärme hervorzubringen. Indessen können diese Resultate nie in der Praktik erhalten werden, und bei den bestkonstruirten Feuerheerden darf man nur auf $\frac{2}{3}$ derselben, bei Dampfkesseln sogar nur auf die Hälfte derselben rechnen, da bei letztern der Umfang sich fortwährend erkältet, und auf diese Weise eine bedeutende Menge von Wärme verloren geht.

Beispiel. Wie viel Steinkohlen braucht es, um das Wasser von 10 Bädern, wovon jedes 300 Liter Wasser von 50° C erfordert, zu erwärmen?

Antwort. Es sey die Temperatur des kalten Wassers = 12° C, Gewicht des zu erwärmenden Wassers = 10 × 300 = 3000 Kil., erforderliche Wärmemenge = 3000 (50 — 12) = 114000 Calorien. Nimmt man an, daß 1 Kil. Steinkohle 4000 Calorien erzeugen können, so sind zu diesem Zwecke

$$\frac{114000}{4000} = 38 \text{ Kil. Steinkohlen erforderlich.}$$



Nr. 21.

Uebergang der Körper vom festen Zustande in den flüssigen.

Damit ein Körper flüssig werde, sind immer zwei Bedingungen zu erfüllen:

1) Erhöhung seiner Temperatur;
2) Absorption von Hitze.

Wird ein Körper erhitzt, so nimmt fortwährend seine Temperatur zu, bis er anfängt, zu schmelzen. Dann aber bleibt dieselbe konstant, bis er ganz geschmolzen ist, weil alle die Wärme, die er ferner noch erhält, zu seiner Liquefaktion erforderlich ist, und in latente Wärme übergeht.

1 Kil. Wasser von 0° mit 1 Kil. Wasser von 75° C gemischt geben 2 Kil. Wasser von $37\frac{1}{2}$°.

1 Kil. Wasser von 75° C mit 1 Kil. Eis von 0° gemischt geben aber nicht 2 Kil. Wasser von $37\frac{1}{2}$°, sondern 2 Kil. von 0°.

Das Eis absorbirt also in seiner Transformation in Wasser alle die Wärme, welche es braucht, um 1 Kil. Wasser von 0° bis 75° zu erhöhen.

Beim Uebergange vom flüssigen Zustande in den festen hat ganz das Gegentheil statt, nämlich Verminderung der Temperatur und Wärmeentwicklung.

Schmelzgrade verschiedener Körper.

	Centigr.	Reaumur.	Fahrenheit.
Butter schmilzt bei	30°	24°	86°
Hammeltalg „	51¼	41	124¼
gewöhnlicher Talg „	33⅓	26¾	92¼
gelbes Wachs „	60	48	140
weißes Wachs „	68¾	55	155¾
Pech „ „	85½	68½	186
Schwefel „ „	113¾	91	236¾
Phosphor „ „	43	34½	110
Zinn „ „	206¼	165	403¼
Blei „ „	282½	226	540
Wismuth „ „	237½	190	459½

Gemische *) von

Zinn.	Blei.	Wismuth.	Centigr.	Reaumur.	Fahrenheit.
3	5	8	100°	80°	32°
3	2	5			
2	3	5	91½	73⅓	197
4	1	5	118,9	95	245¾
3	3	8	94¼	75½	202
3	6	8	97¾	78¼	208
3	8	8	107¾	86¼	226
4	8	8	113¼	90⅔	236
6	8	8	117½	94	243½
8	8	8	123¼	98⅔	254
8	10	8	130	104	266
8	12	8	132½	106	270½
1	0	1	141,2	113	286¼

*) Diese leichtflüssigen Metallmischungen wendet man zur Sicherheit von Dampfkesseln an. Da nämlich die Vergrößerung der Tension des Dampfes immer eine Erhöhung seiner Temperatur hervorbringt, so wird derselbe, wenn er zu stark wird, fähig seyn, die Metallmischung, die eine Oeffnung im Kessel bedeckt, zu schmelzen und sich dadurch einen Ausweg zu verschaffen. Einem jeden Dampfdrucke korrespondirt daher eine besondere Matallmischung, und diese werden auch für diesen Gebrauch nach der Anzahl der Atmosphären, für welche der Kessel bestimmt ist, numerirt. Man sieht z. B. aus der gegebenen Tafel, daß eine Gemische von 4 Th. Zinn, 8 Th. Blei und 8 Th. Wismuth bei 113¼° C schmilzt. Diese Temperatur korrespondirt einem Dampfdrucke von circa 1½ Atmosphären, folglich kann diese Mischung für Kessel von 1½ Atmosphären mit Vortheil angewendet werden.

Zinn.	Blei.	Wismuth.	Centigr.	Reaumur.	Fahrenheit.
3	2	0	167,7	134	333½
2	0	1			
8	0	1	200	160	392

	Centigr.	Reaumur.	Fahrenheit.	Wedgwood.
Kupfer	2530	2024	4587	27 *)
Gold	—	—	—	32
Cobalt, Stahl, Gußeisen	9850	7975	17977	130
Nickel	11414	9131	20577	150
Messing	2100	1678	3807	21
Eisen	12001	9602	21637	158
Braunstein	12136	9708	21877	160
Platina	12857	10286	23177	170

Quecksilber (— 39°) (— 31°,2) (— 41°),
Terpentinöl (— 10°) (— 8°) (+ 14°).

Andere bemerkenswerthe Hitzgrade.

	C	R	F
Eisen wird hellroth im Dunkeln bei	384° C	315° R	750° F
Eisen wird rothglühend im Dunkeln bei	475	380	884
id. im gewöhnlichen Feuer bei . .	560	448	1050

*) Die Berechnung der durch Wedgwood's Pyrometer ausgemittelten Hitzegraden in solche der gewöhnlichen Thermometerscalen ist jedoch noch sehr unsicher.

Eisen wird rothglühend am Tageslichte bei	577° C	462° R	1077° F	0°W
Diamant brennt bei	1814	1451	2897	14
Töpferwaare wird erhitzt bis	3580	2880	6507	40
Milchweiße Steinwaare	6770	5370	12257	86
Größte Hitze des Flintglasofens	8770	7025	15897	114
Größte beobachtete Hitze	13900	11100	25127	185



Nr. 22.

Data zur Berechnung von Dampfmaschinen.

A. Bildung des Dampfes,

oder

Uebergang vom flüssigen Zustande in den luftförmigen.

Bei diesem Uebergange hat wieder das Nämliche statt, wie bei dem vorigen:

Wird nämlich eine Flüssigkeit in einem offenen Gefässe der Hitze ausgesetzt, so erhitzt sie sich immer mehr und mehr. So bald sie aber anfängt, zu sieden, so bleibt ihre Temperatur konstant, bis die ganze Masse in Dämpfe übergegangen ist. Alle Hitze, welche die Flüssigkeit noch ferner aufnimmt, wird verwendet, um Dampf zu bilden, und wird in demselben latent, da der Dampf keine höhere Temperatur erhält, als welche die siedende Flüssigkeit besitzt.

Da die Verdampfung nur dann statt hat, wenn die Elasticität der Dämpfe, welche die Flüssigkeit fortwährend entwickelt, gleich ist dem atmosphärischen Drucke, so folgt

hieraus, daß die Temperatur, bei welcher das Sieden statt hat, ganz von den Veränderungen des Barometers abhängt.

Auf dem Gipfel des Montblanc's kocht das Wasser z. B. schon bei 84° C. Schwefeläther kocht unter einer Luftpumpe bei der gewöhnlichen Temperatur.

Siedegrade verschiedener Flüssigkeiten

unter dem gewöhnlichen Luftdrucke von 0m,76.

Schwefeläther	kocht	bei	37°,8 C	30¼ R
Alkohol	„	„	79,7	63¾
Terpentinöl	„	„	273	218,4
Leinöl	„	„	316	252,8
Schwefel	„	„	299	239,2
Schwefelsäure	„	„	310	248
Quecksilber	„	„	349	279

Vermehrt man den Druck der umgebenden Luft, (was geschieht, wenn die Flüssigkeit in einem geschlossenen Gefässe der Hitze ausgesetzt wird), so hat das Sieden der Flüssigkeit nur bei einer höhern Temperatur statt. Fängt alsdann die Flüssigkeit an zu sieden, so nimmt der elastische Druck der sich bildenden Dämpfe sehr rasch mit der Erhöhung der Temperatur zu, und zwar entspricht jedem Wärmegrade eine bestimmte Dichtigkeit und Elasticität des Dampfes.

Der Dampf unterscheidet sich hiemit von den übrigen Gasarten dadurch, daß man die Tension und die Temperatur desselben nicht beliebig abändern kann, sondern daß dieselben nach einem ge-

wissen Gesetze zu einander stehen, welches die Erfahrung allein lehren kann. Erniedrigt man z. B. die Temperatur des Dampfes, so condensirt sich sogleich so viel Dampf, bis die hervorgebrachte Tension der verminderten Temperatur entspricht.

Folgende Tabelle gibt den elastischen Druck der Wasserdämpfe (oder dessen Verhältniß mit dem der gewöhnlichen Atmosphäre, der hier als Einheit angenommen ist) an, nebst den Temperaturen, bei welchen dieser Druck statt hat:

I. Elasticität des Dampfes, in Atmosphären ausgedrückt.	II. Quecksilberhöhe, welche diese Elasticität mißt, in Millimetern.	III. Temperatur des Dampfes in Centigraden.	IV. Volum eines Kilogrammes Dampf in Litern.	V. Druck des Dampfes auf 1 □cm in Kilogrammen.	VI. Dyn. Effekt, welchen 1 Kil. Dampf ohne Expansion hervorbringen kann, in Kilogr.m *)
0,125	95	51⁰,45	11800l,00	0k,129	15223
0,25	190	66,00	6198,38	0,258	15992
0,50	380	82,00	3229,36	0,516	16663
0,75	570	92,00	2217,20	0,774	17161
1,00	760	100,00	1700,00	1,033	17561
1,25	950	106,60	1384,36	1,292	17885
1,50	1140	112,40	1171,59	1,549	18148
1,75	1330	117,10	1016,66	1,808	18381
2,00	1520	121,55	899,94	2,066	18592
2,25	1710	125,50	808,00	2,324	18778
2,50	1900	128,85	733,45	2,582	18938
2,75	2090	132,15	672,36	2,841	19102
3,00	2280	135,00	620,74	3,099	19237
3,25	2470	137,70	576,83	3,357	19364
3,50	2660	140,35	539,10	3,615	19488
3,75	2850	142,70	506,15	3,873	19603
4,00	3040	144,95	477,05	4,132	19712
4,25	3230	146,76	450,96	4,390	19797
4,50	3420	149,15	428,36	4,648	19910
4,75	3610	151,15	406,76	4,907	19960

*) Diese Colonne erhält man, wenn man die Volumina in Col. IV. mit dem Druck des Dampfes in Col. V. vervielfacht.

I. Elasticität des Dampfes, in Atmosphären ausgedrückt.	II. Quecksilberhöhe, welche diese Elasticität mißt, in Millimetern.	III. Temperatur des Dampfes in Centigraden.	IV. Volum eines Kilogrammes Dampf in Litern.	V. Druck des Dampfes auf 1 □cm in Kilogrammen.	VI. Dyn. Effekt, welchen 1 Kil. Dampf ohne Expansion hervorbringen kann, in Kilogr.m
5,00	3800	153°,30	389 l,38	5k,165	20111
5,50	4180	156,70	356,86	5,681	20275
6,00	4560	160,00	329,65	6,198	20432
6,50	4940	163,25	306,62	6,714	20586
7,00	5320	166,45	286,70	7,231	20731
7,50	5700	169,40	269,52	7,747	20880
8	6080	172,10	254,27	8,264	21013
9	6840	177,40	228,72	9,297	21264
10	7600	181,00	207,98	10,33	21484
11	8360	186,03	190,79	11,363	21667
12	9120	190,00	176,44	12,396	21872
13	9880	193,70	164,18	13,429	22048
14	10640	197,19	153,66	14,462	22223
15	11400	200,48	144,39	15,495	22374
16	12160	203,60	136,27	16,528	22523
17	12920	206,57	129,06	17,561	22664
18	13680	209,40	122,62	18,594	22800
19	14440	212,10	116,80	19,627	22925
20	15200	214,70	111,58	20,660	23053
25	19000	226,30	91,421	26,825	23610
30	22800	236,20	77,714	30,990	24083
35	26600	244,85	67,760	36,155	24498
40	30400	252,55	60,181	41,320	24866
50	38000	265,89	49,381	51,650	25505

Aus vorstehender Tabelle kann man übrigens folgende einfache Data abnehmen:

1) In Reaumurgraden ausgedrückt ist der Druck des Dampfes ungefähr:

bei	80° R	=	1	Atmosphäre.
„	97° R	=	2	„
„	109° R	=	3	„
„	117° R	=	4	„
„	124° R	=	5	„
„	130° R	=	6	„
„	135° R	=	7	„
„	140° R	=	8	„

2) 1 Cub.″ Wasser gibt an 1700 Cub.″ Dampf von 80° R (fast 1 Cub.′). Solcher einfache Dampf ist also kaum halb so schwer als kalte Luft (770 Liter kalter Luft wiegen so viel als 1 Liter Wasser).

1 franz. Cub.′ Dampf von 80° R wiegt hiemit 1 Loth 70 Grains oder 311 Grains.

1 englischer Cub.′ Dampf wiegt 253 Grains.

1 Cub.ᵐ Dampf wiegt 0,59 Kil.

8 Cubikmeter Dampf wiegen so viel als 5 Cub.′ Luft von 80° R.

3) Aus Col. IV. sieht man, daß Druck und Dichtigkeit nicht in gleichem Verhältnisse zunehmen, denn sonst würde der Druck im umgekehrten Verhältnisse zu dem Volum

des Dampfes stehen. Da aber der Dampf bei größerem Drucke auch eine höhere Temperatur erhält, so vergrößert sich sein Volum, und seine Dichtigkeit wird wieder um etwas kleiner.

Da das Volum von 1 Kil. Dampf von 1 Atmosphäre = 1700 Liter ist, so würde dasjenige von 2 Atmosphären bei gleicher Temperatur

$$= \frac{1700}{2} = 850 \text{ Liter betragen.}$$

Da nun aber dieser Dampf nicht die Temperatur von 100° C, sondern die von 121°,55 besitzt, so folgt hieraus, daß man die erhaltenen 850 Liter noch mit

$$\frac{1 + 0{,}00375 \times 121}{1 + 0{,}00375 \times 100}$$

oder allgemein mit

$$\frac{1 + at}{1 + at'}$$

vervielfachen muß, um das wirkliche Volum dieses Dampfes zu erhalten.

Der Druck oder die Elasticität des Dampfes nimmt hiemit schneller zu, als die Dichtigkeit, und es können dieselben nur bei mäßigen Temperaturen als proportional angesehen werden.

Beispiel. Wie viel Druck erleidet ein geschlossenes Gefäß, dessen innere Oberfläche = 62 □^{cm} ist, und in welchem das Wasser bis auf 190° C erhitzt wird?

Antwort. Der Temperatur von 190° C korrespondirt ein Druck von 12 Atmosphären oder von 12^{k},396 auf den □^{cm}, folglich ist der Druck auf 62 □^{cm} = 60 × 12,396, = 743^{k},76.

Wärmegehalt des Dampfes.

Vielfältige Versuche zeigen, daß es eine Wärmemenge von 650 Calorien braucht, um 1 Kil. Wasser von 0° in atmosphärischen Dampf zu verwandeln, und also $6\frac{1}{2}$ mal so viel Wärme als um 1 Kil. Wasser von 0° auf 100° C zu erhöhen.

Um also 1 Kil. Wasser von 100° C in atmosphärischen Dampf zu verwandeln, braucht es noch 550 Calorien.

1 Kil. Dampf kann daher $5\frac{1}{2}$ Kil. Wasser von 0° bis auf 100° C erwärmen, indem es sich selbst in 1 Kil. Wasser von 100° C verwandelt, (so daß man im Ganzen $6\frac{1}{2}$ Kil. Wasser von 100° C erhält).

Beispiel. Wie viel Dampf von 121° C braucht man, um 300 Kil. Wasser von 11° C auf 28° C zu erwärmen?

Antwort. Das Wasser muß um $28 - 11 = 17°$ C erhöht werden. Daher braucht es $17 \times 300 = 5100$ Calorien. 1 Kil. Dampf von 121° C gibt, indem es sich in Wasser von 28° C reduzirt, $121 + 550 - 28 = 643$ Calorien ab. Es braucht hiemit zu diesem Zwecke

$$\frac{5100}{643} = 8 \text{ Kil. Dampf,}$$

und man erhält dann 308 Kil. Wasser von 28° C.

Nr. 23.

B. Berechnungen der verschiedenen Theile des Dampferzeugungs-Apparates. *)

1) Dimensionen des Feuerheerdes.

Die Capacität desselben hängt ganz von der Quantität und von der Natur des Brennmaterials ab, welches darin verbrannt werden soll. Da das Holz bei weitem nicht so viel Wärme gibt, als ein gleiches Volum Steinkohlen, so muß also der Feuerraum für Holz weit größer seyn, als der für Steinkohlen, um die nämliche Wärme zu erzeugen. Ist die Capacität des Feuerraumes für Steinkohle = 1, so gibt man gewöhnlich dem Feuerraume für die nämliche Wärmeerzeugung mit Buchenholz eine Capacität = $4\frac{1}{3}$, mit Torf oder mit Tannenholz = 6, mit Holzkohle oder Coke = 2 — $2\frac{1}{2}$.

*) Alle diese Angaben über die Dimensionen des Feuerheerdes, des Rostes, des Dampfkessels ꝛc. sind auch bei der Construktion aller andern Arten Oefen und Heizeinrichtungen größtentheils anzuwenden, und ebenso werden auch hier diejenigen zur Bestimmung der Dimensionen der hiezu erforderlichen Schornsteine angewendet, welche in Nr. 18 angegeben sind.

Aus verschiedenen Versuchen ergibt sich, daß ein Feuerraum, der zur Verbrennung von 100 Kil. Steinkohle per Stunde dienen soll, eine Capacität von 400 bis 500 Cubikdecimetern haben muß.

Für die nämliche Wärmeerzeugung mit Holz müßte daher der Feuerraum eine Capacität von $4\frac{1}{3} \times 450 = 1^{m.c.},950$ haben.

Für die Verbrennung einer andern Menge Brennmaterials nimmt diese Capacität ganz proportional zu oder ab.

Beispiel. Wie groß muß ein Feuerraum seyn, in welchem 152 Kil. Holzkohle per Stunde verbrennt werden sollen?

Antwort. 152 Kil. Holzkohle geben so viel Wärme als 180 Kil. Steinkohle. Für die Verbrennung von 180 Kil. Steinkohle muß der Feuerraum eine Capacität

$$= \frac{450 \times 180}{100} = 810 \text{ Cubikdecimeter haben.}$$

Für die Verbrennung von 152 Kil. Holzkohle also ungefähr das Doppelte oder $1^{m.c.},62$.

2) Dimensionen des Rostes.

Aus zahlreichen Versuchen von Hrn. Péclet ergibt sich, daß es am vortheilhaftesten ist, wenn man der totalen Fläche des Rostes für je 10 Kil. Steinkohle, welche stündlich darauf zu verbrennen sind, einen Inhalt von 12 □ Decimetern

gibt, *) oder wenn man die Anzahl von Kilogrammen des Brennmaterials mit P bezeichnet:

$$S = \frac{12\ P}{10} \square \text{ Decimeter} = 16{,}5\ P \square''.$$

Davon muß die Summe der Oeffnungen zwischen den Roststäben wenigstens $\frac{1}{4}$ betragen, oder:

$$S' = \frac{3\ P}{10} \square \text{ Decimeter.}$$

Der Zwischenraum zwischen zwei Roststäben muß hiemit $\frac{1}{3}$ der Breite eines Roststabes betragen. Für fette Steinkohlen ist es vortheilhaft, den Oeffnungen $\frac{1}{3}$ der totalen Roststäche und dem Zwischenraum zwischen zwei Stäben hiemit die Hälfte ihrer Breite zu geben.

Da das Holz nur halb so viel Luft zu seiner Verbrennung bedarf als die Steinkohle, und überdieß letztere sich noch an den Stäben anhängt und dadurch die Oeffnung zwischen denselben verkleinert, so braucht man der Roststäche für Holz nur $\frac{1}{3}$ bis $\frac{1}{4}$, für Holzkohle nur die Hälfte derjenigen zu geben, welche für Steinkohle nöthig ist.

Die Dicke der Steinkohlenschichte in dem Feuerheerde soll ferner nie mehr als 12 Centimeter und nie weniger als 6 Centimeter betragen.

Für Holzkohle kann die Dicke der Schichte bis auf 4 Decimeter und für Coke bis auf $2\frac{1}{2}$ Decimeter betragen.

---

*) Nach Hrn. Clément soll der Rost, um 20 Kil. Steinkohle stündlich zu verbrennen, eine Oberfläche von 5 $\square'$ = 0,50 $\square^{m}$ betragen, welches ungefähr das Doppelte der oben angegebenen ist.

Die Breite der Roststäbe nimmt mit ihrer Länge zu, bei den längsten beträgt sie 5 — $3\frac{1}{2}$ ^{cm}, bei den kürzesten nur 2^{cm}.

Die Länge derselben soll nie größer als 1^{m},25 (45″) seyn, damit sich die Roststäbe nicht biegen.

3) Distanz des Kessels vom Roste.

Von derselben hängt die Wirkung des Brennmaterials sehr viel ab. Sie soll immer so groß seyn, daß sich die Flamme gehörig entwickeln kann, und ist daher nach der Natur des Brennmaterials und dem zu erreichenden Zwecke sehr verschieden.

Wenn Dampf erzeugt werden soll, soll sie

für Steinkohle . . .	30 — 40^{cm}
„ Holz.	70 — 80^{cm}
„ Holzkohlen . . .	60 — 70^{cm}
und für Coke.	50^{cm} betragen.

Die Thüre des Feuerheerdes soll so klein als möglich seyn, damit nicht zu viel Wärme verloren gehe durch die Oeffnung derselben beim jedesmaligen Aufschütten und Schüren des Brennmaterials.*)

Man gibt gewöhnlich ihrer Höhe $\frac{1}{4}$ der Länge des Rostes und ihrer Breite die Hälfte derjenigen des Rostes. Es ist vortheilhaft, sie aus Gußeisen von 1 — $1\frac{1}{2}$ ^{cm} Dicke zu machen.

---

*) Kohlenmühlen machen dieses nachtheilige Oeffnen der Thüre unnöthig und können daher mit Nutzen angewendet werden. Sie haben überdieß noch den Vortheil, daß das Brennmaterial mit vieler Gleichförmigkeit auf den Rost geschüttet und auf diese Weise sehr wenig Rauch erzeugt wird.

Der Aschenraum darf nie zu klein seyn, und die Oeffnung derselben muß wenigstens die Hälfte der Totalfläche des Rostes betragen. Gewöhnlich wird der Rost ungefähr 80cm (29″) über den Boden des Aschenraumes angebracht.

4) Dampfkessel.

Bei den Maschinen mit niedriger Pression ist der Kessel insgemein von sehr starkem Eisenbleche und von mehr oder weniger cylindrischer Form mit konkaven Seiten. Die Woolf'schen Kessel für Maschinen von hoher Pression sind hingegen ganz cylindrisch aus Gußeisen oder Eisenblech und meistens mit zwei oder mehreren kleinen Röhren versehen, welche man Siederöhren (bouilleurs) nennt, und welche mit Leichtigkeit durch andere ersetzt werden können, wenn sie abgenutzt sind. Diese Siederöhren haben außerdem noch den Vortheil, die Heitzfläche beträchtlich zu vergrößern.

Die Kanäle, welche den Rauch um den Kessel herumführen, müssen immer unterhalb des Wasserniveau's im Kessel angebracht seyn. Die Größe eines Kessels richtet sich nach dem Dampfbedarfe. Genaue Vorschriften lassen sich hier nicht angeben, doch können folgende empfohlen werden:

Der Kessel wird gewöhnlich bis auf $\frac{2}{3}$ seiner Höhe mit Wasser gefüllt. Der übrige Theil desselben bildet den Dampfraum, welcher die hinreichende Größe haben muß, damit die Menge von Dampf, welche bei jedem Kolbenzuge herausgezogen wird, keine zu große Veränderung in der Tension

desselben hervorbringe. Aus diesem Grunde gibt man dem Dampfraume gewöhnlich ein Volum, das 10 bis 12mal größer ist, als dasjenige des Dampfcylinders. Aus den Versuchen von Hrn. Péclet ergibt sich, daß 1 □ᵐ Heitzfläche 20 — 30 Kil. Dampf per Stunde erzeugen kann.

Aus dieser Angabe lassen sich leicht die Dimensionen eines Dampfkessels berechnen.*)

Die Größe der Heitzfläche hängt übrigens noch von der Conduktibilität des Metalles ab, aus welchem der Kessel besteht. Gußeiserne Kessel erfordern z. B., da sie weit dicker gemacht werden müssen, eine größere Heitzfläche als Kessel aus Eisenblech.

Aufgabe. Wie groß müssen die Dimensionen eines Dampfkessels seyn, in welchem 250 Kil. Dampf per Stunde erzeugt werden müssen (die Heitzfläche ist die nämliche, welche Tension und Temperatur der zu erzeugende Dampf auch haben muß) und welcher mit zwei Sieveröhren versehen ist?

Antwort. Nehmen wir an, daß 1 □ Meter Heitzfläche 25 Kil. Dampf per Stunde erzeugen kann, so ist die gesammte Heitzfläche, welche hier angewendet werden muß,

$$= \frac{250}{25} = 10 \ \square^m.$$

Ist nun:

L die Länge des Kessels,
L′ diejenige der Sieveröhren,

---

*) Bei den Watt'schen Maschinen findet sich keine so große Heitzfläche, nämlich nur 25 □ᵐ für die Verdampfung von 1 Cub.ᵐ oder 1000 Kil. Wasser per Stunde.

D der Diameter des Kessels, und
D′ derjenige der Sieheröhre,

so ist, wenn die totale Oberfläche der Sieheröhren und die halbe Oberfläche des Kessels dem Feuer ausgesetzt sind, die Heizfläche

$$= \frac{1}{2} \pi D L + 2 \pi D' L' = 10 \square^m.$$

Nach den gewöhnlichen Construktionen ist nun:

$$L = 4 D,$$

$$L' = \frac{5}{4} L = 5 D, \text{ und}$$

$$D' = \frac{2}{5} D.$$

Es ist hiemit:

$$6 \pi D^2 = 10 \square^m, \text{ und}$$

$$D = \sqrt{\frac{10}{6 \pi}} = 0^m,73.$$

$$L = 4 \times 0^m,73 = 2^m,92.$$
$$L' = 5 \times 0^m,73 = 3^m,65, \text{ und}$$
$$D' = \tfrac{2}{5} \times 0^m,73 = 0^m,29.$$

Per Pferd müßten in 1 Minute circa 25 — 30 Cubikfeet einfacher Dampf erzeugt werden; circa 14 □′ Heizfläche (die beiden Endflächen nicht in Rechnung gebracht) liefern bei gutem Zuge und gewöhnlicher Feuerung so viel Dampf in 1 Minute, und in 1 Stunde hiemit 1500 — 1800 Cubikfeet oder verdunsten per Stunde 1 Cubikfoot Wasser. Hiemit verbraucht man für 1 Pferdekraft 1 Cubikfoot Wasser per Stunde oder etwa 1 ℔. per Minute.

Wenn circa 14 □ Feet Heizfläche 1 Kubikfoot = 62½ Pounds Wasser per Stunde verdampfen, so liefert 1 □ Foot 4½ Pounds Dampf. Christian gibt nur 2¾ ℔. an, Clément und Watt hingegen rechnen 6 — 7 ℔. Eine gute Beschaffenheit der Feuerung und eine warmhaltende Bedeckung können allerdings die Dampfmenge sehr vermehren.

5) Bestimmung der Metalldicken von cylindrischen Kesseln aus Kupfer- und Eisenblech.

Tabelle der Kesseldicken, in Millimetern ausgedrückt.

(Nach den franz. Ordonnanzen vom 7. Mai 1828.)

Diameter des Kessels in Centimetern.	Für einen Druck von 2 Atmosphären.	3	4	5	6	7	8
50cm	3,90	4,80	5,70	6,60	7,50	8,40	9,30
55	3,99	4,98	5,97	6,96	7,95	8,94	9,83
60	4,08	5,16	6,24	7,32	8,40	9,48	10,56
65	4,17	5,34	6,51	7,68	8,85	10,02	11,19
70	4,26	5,52	6,78	8,04	9,30	10,56	11,82
75	4,35	5,70	7,05	8,40	9,75	11,10	12,45
80	4,44	5,88	7,32	8,76	10,20	11,64	13,08
85	4,53	6,06	7,59	9,12	10,65	12,18	13,71
90	4,62	6,24	7,86	9,48	11,10	12,72	14,34
95	4,71	6,42	8,13	9,84	11,55	13,26	14,97
100	4,80	6,60	8,40	10,20	12,00	13,80	15,60

Praktische Formel, um dieselbe für Kessel von Messing- oder Eisenblech zu finden: *)

$$E = 0{,}018\ d\ (n - 1) + 3,$$

wo E die Dicke des Kessels in Millimetern,
d den inneren Diameter desselben in Centimetern, und
n die Anzahl von Atmosphären bedeutet, für welche der Kessel bestimmt ist, oder in Pariserfußen:

$$E = 0{,}0214\ d\ (n - 1) + 1{,}33,$$

wo E in Linien und d in Zollen ausgedrückt ist.

Beispiel. Man sucht die Dicke eines Kessels von 1′ Diameter zu bestimmen, der einem Drucke von 10 Atmosphären widerstehen soll?

Antwort.

$$E = 0{,}0214 \times 12'' (10 - 1) + 1{,}33 = 3''',64.$$

Nach den nämlichen Ordonnanzen sollen die Kesseln, Bouilleurs und Dampfcylinder aus Kupfer und Eisenblech bei der Probe einen Druck von 3 (n — 1) Atmosphären und diejenigen aus Gußeisen einen Druck von 5 (n — 1) Atmosphären ertragen können.

Ist also z. B. ein Kessel bestimmt, bei gewöhnlicher Arbeit einen Druck von 6 Atmosphären zu ertragen, so wird er für einen Druck von 3 (6 — 1) = 15 Atmosphären geprüft, wenn er aus

*) Das Kupfer leistet freilich keinen so großen Widerstand als das Eisenblech, verändert sich aber auch nicht so leicht als das letztere.

Kupfer- oder Eisenblech besteht, und für einen Druck von 5 (6 — 1) = 25 Atmosphären, wenn er aus Gußeisen besteht.

Folgende Formel gibt das Gewicht an (in Kilogrammen), mit welcher die Sicherheitsklappe direkte belastet werden muß, bei der Probe eines Kessels:

$$P = \frac{811\ d^2\ n}{1000}$$

wo d den Diameter der Klappe in Centimetern und n die Anzahl von Atmosphären, welche der Kessel bei der Probe aushalten muß, bedeutet, oder in Zollen ausgedrückt:

$$P = d^2 \times 5{,}9430\ n.$$

Gewöhnlich bringt man einen Hebel an, dessen Arm, an dem das Gewicht angehängt ist, zehnmal größer ist, als der, dessen Ende auf die Klappe drückt. Das Gewicht ist alsdann nur der zehnte Theil desjenigen, welches man durch diese Formel gefunden hat.

Gewöhnlich wendet man kein dickeres Blech an, als solches von 6‴ (14^{mm}) und kein dünneres, als solches von 2‴ ($4\frac{1}{2}^{mm}$). Für einen zu großen Druck gibt man dem Kessel lieber einen kleinern Durchmesser, welcher einer Dicke korrespondirt, die zwischen diesen beiden Limiten liegt.

Kessel aus Eisenblech dauern gewöhnlich 2 — 3 Jahre. Eine Siederöhre aus Eisenblech dauert ungefähr 10 Monate, und eine aus Kupfer wohl 16 — 17 Monate.

6) Oeffnung der Sicherheitsklappe.

Diese muß wenigstens so groß seyn, daß wenn einmal die Klappe von dem Dampfe in die Höhe gehoben wird, so viel Dampf entweichen kann, als in der nämlichen Zeit gebildet wird.

Tretgold gibt folgende Formel an für Kessel, welche mit Steinkohlen geheizt werden:

$$a = \frac{q}{44\,n\,.\,\sqrt{(n-1)}}$$

wo a die Sektion der Oeffnung in □^{cm}, q die Anzahl von Litern, welche in 1 Stunde verdampft werden, und n die Anzahl von Atmosphären bedeutet.

Beispiel. Wie groß muß die Oeffnung der Sicherheitsklappe seyn, wenn 100 Kil. Wasser stündlich in vierfachen Dampf transformirt werden müssen?

Antwort.

$$a = \frac{100}{44 \times 4.\sqrt{(4-1)}} = 32{,}7\,□^{mm},$$

welche Sektion einen Durchmesser von 5 ,6 hat. Dieß ist der kleinste Diameter, den man dieser Oeffnung geben kann. Mit Vortheil wird ein etwas größerer angewendet.



Nr. 24.

C. Bestimmungen der Dimensionen der hauptsächlichsten Theile der Dampfmaschinen.

Diameter der Dampfröhre,

welche den Dampf aus dem Kessel in den Cylinder führt.

Dieser muß nach Watt und Boulton $\frac{1}{5}$ desjenigen des Dampfcylinders betragen. Oder man gibt der Sektion der Röhre so vielmal 6 □^{cm}, als die Anzahl der Pferdekräfte, welche die Maschine haben soll, beträgt.

Geschwindigkeit des Dampfkolbens.

Bei allen doppeltwirkenden Maschinen wirkt der Dampf beim Auf- und Niedergange des Kolbens. Der Weg, den der Kolben per Minute macht, bezeichnet die Geschwindigkeit der Last, die bewegt wird, und wird gefunden, wenn man die Anzahl von Doppelhuben in dieser Zeit mit der doppelten Länge vervielfacht.

Ist z. B. die Länge des Hubes = 2′ und die Anzahl von Doppelhuben per Minute = 43, so ist die Geschwindig-

keit = 2 × 43 × 2′ = 172′ per Minute. Die Geschwindigkeit des Kolbens muß ferner aus der Zeit berechnet werden, welche der Dampf zu seiner Entweichung und Condensation braucht. Gewöhnlich beträgt dieselbe 1ᵐ per Sekunde. Tretgold gibt an, daß die vortheilhafteste Geschwindigkeit per Sekunde gleich $\frac{11}{10}$mal die Quadratwurzel der Hubslänge (beides in Metern ausgedrückt) sey. Ist also letztere = 2ᵐ, so ist die Geschwindigkeit

$$= \frac{11}{10} \sqrt{2} = 1^m,55 \text{ per Sek.}$$

Verhältniß des Diameters des Dampfcylinders zur Länge des Kolbenhubes.

Die äußere Oberfläche desselben sollte eigentlich so klein als möglich gemacht werden, damit der hindurchstreichende Dampf nicht zu sehr abgekühlt werde. Indessen bringt diese Abkühlung keinen bedeutenden Verlust hervor, und es ist zweckmäßiger, den Diameter des Cylinders aus der angenommenen Geschwindigkeit und aus der gegebenen Menge Dampfes zu bestimmen.

Nach Watt und Boulton verhält sich der Diameter des Cylinders zur Hubslänge wie 1 : 2,7; nach Maudslay wie 1 : 2.

Hülfs-Pumpen.

Jede Dampfmaschine ist mit verschiedenen Pumpen versehen, deren Stangen durch den Balancier gezogen werden.

1) Der kubische Inhalt der Luftpumpe wird gewöhnlich zu $\frac{1}{4}$ des Cylinders angenommen. Da nun die Stange dieses Kolbens an dem Balancier in der Mitte eines Armes aufgehängt zu werden pflegt, so daß der Hub gerade halb so lang wird, als der des Dampfkolbens, so muß die Fläche oder der Querschnitt desselben noch halb so groß seyn, als bei lezterem.

Ist der Diameter des Dampfcylinders also = 26″, so findet man den der Luftpumpe

$$= \sqrt{\frac{26^2}{2}} = \sqrt{338} = 18{,}4''.$$

Der Raum des Condensators muß wenigstens so groß seyn, als der der Luftpumpe.

2) Die Kaltwasserpumpe muß das erforderliche kalte Wasser schöpfen, um den durch die Luftpumpe aus dem Cylinder gezogenen Dampf zu condensiren oder wieder in Wasser zu verwandeln; und zwar muß dieses leztere nach der Condensirung zugleich eine nicht zu hohe Temperatur behalten. — Offenbar bedarf es um so mehr Wasser, je weniger kalt dieses ist, und je kälter es nach der Vermischung mit dem Dampfe bleiben soll.

Da 1 Kil. Wasser von 100° C noch 550 Calorien bedarf, um in Dampf verwandelt zu werden, so enthält 1 Kil. Dampf 650 Calorien. Ebenso enthält 1 Kil. Dampf von 140° C 550 + 140

= 690 Calorien, und überhaupt enthält eine Menge Dampfes, deren Gewicht = W und deren Temperatur = t ist, eine Wärmemenge von W · (550 + t) Calorien.

Aus diesen Betrachtungen ist folgende Formel hergeleitet worden:

$$M = \frac{550 + n - n'}{n' - n''},$$

wo M die Menge kalten Wassers, dessen Temperatur = n″ ist, bedeutet, die es braucht, um 1 Kil. Dampf, dessen Temperatur = n ist, auf eine Temperatur = n′ herabzubringen. Gewöhnlich hat das Condensations-Wasser, wenn es aus einem Brunnen gezogen wird, eine Temperatur von circa 12° C und durch die Verbindung mit dem Dampfe soll es nicht wärmer als 40° C werden. Die Menge kalten Wassers, welche es in diesem Falle braucht, um 1 Kil. Dampf von 160° C zu kondensiren:

$$= \frac{550 + 160 - 40}{40 - 12} = 24 \text{ Kilogr.}$$

Für eine gegebene Menge Dampfes kann also leicht die erforderliche Quantität von Condensations-Wasser und daraus bei gegebener Geschwindigkeit und Länge des Kolbenhubes der Diameter der Kaltwasserpumpe bestimmt werden. Die Sektion derselben (aus Obigem gefunden) muß indessen um $\frac{1}{10}$ bis $\frac{1}{12}$ vergrößert werden.

Anmerkung. Eine vollkommene Condensation erfordert also bedeutend mehr Wasser, und darum ist solche selten vortheilhaft; denn diese Pumpe absorbirt dann sehr viele Kraft. Wo das Wasser mangelt oder aus großer Tiefe geschöpft werden muß, sind daher Maschinen mit höherem Druck und ohne Condensator oft nützlicher, oder Vorrichtungen, um dasselbe warme Wasser nach veranstalteter Abkühlung wieder benutzen zu können.

3) Heißwasserpumpe. Die Dimensionen der Heißwasserpumpe, die den Kessel stets mit Wasser wieder versehen muß, ergeben sich leicht aus dem Obigen. Bedarf die Maschine in 1 Minute per Pfund einen Zufluß von $\frac{1}{60}$ Cub.′ (30 Cub.″) Wasser, so muß diese Pumpe für eine Maschine von 30 Pferden per Minute 900 Cub.″ liefern (oder 1000, damit ja kein Mangel eintrete).

Verhältnisse einiger Stangen.

Wird die Höhe des Kolbenhubes = 1 gesetzt, so muß die der Treibkurbel = $\frac{1}{2}$ seyn; dem ganzen Balancier gibt man dann eine Länge = 4 und der Treibstange (bièlo) eine Länge = 3.

Kraft der Treibstange.

Die Kraft der Treibstange auf die Kurbel ändert sich je nach der Richtung derselben, indem sie bald mehr, bald weniger schief wirkt. Bildet sie mit der Kurbel eine gerade Linie, (oder ist der Winkel 180°), so ist die umdrehende Kraft = 0. Bei 90° ist die Kraft am größten. Jene hat statt, wenn der Dampfkolben zu sinken oder zu steigen anfängt, dieses in der Mitte des Hubes.

Theilt man die Länge des Kolbenganges in 10 Theile, so verändert sich der Winkel und die auf die Kurbel wirkende Kraft wie folgt:

bei $\frac{0}{10}$	des	Laufs	ist der W. =	180°	und	die Kraft	0,00
„ $\frac{1}{10}$	—	—	—	141°	—	—	0,62
„ $\frac{2}{10}$	—	—	—	123°	—	—	0,33
„ $\frac{3}{10}$	—	—	—	111°	—	—	0,594
„ $\frac{4}{10}$	—	—	—	$97\frac{1}{2}$°	—	—	0,986
„ $\frac{5}{10}$	—	—	—	$85\frac{1}{2}$°	—	—	1,00
„ $\frac{6}{10}$	—	—	—	75°	—	—	0,956
„ $\frac{7}{10}$	—	—	—	$62\frac{1}{2}$°	—	—	0,88
„ $\frac{8}{10}$	—	—	—	49°	—	—	0,746
„ $\frac{9}{10}$	—	—	—	54°	—	—	0,546
„ $\frac{10}{10}$	—	—	—	0°	—	—	0,000
11 Stationen.							7,158

Das Verhältniß der effektiven Kraft der Kurbel zu der, die angewendet wird, ist daher wie

$$\frac{7,158}{11} \text{ oder } 0,65 : 1, \text{ also etwa } \frac{2}{3}.$$

Schwungrad.

Dieses dient hauptsächlich, um obige Ungleichheiten zu reguliren.

Das Moment des Schwungrades verhält sich wie das Produkt der Masse in das Quadrat der Geschwindigkeit.

Da nach Coulomb die Geschwindigkeit die Axenreibung eher vermindert als vermehrt, so gewinnt man durch Vermehrung der Geschwindigkeit, und dieß geschieht, indem man den Diameter vergrößert, oder die Zahl der Umgänge per Minute vermehrt.

Der Radius wird gewöhnlich 4—5mal größer, als die Länge der Kurbel gemacht (Hachette). Ist der Kolbenhub also von 5′, so ist der Kurbelarm $2\frac{1}{2}'$ lang, und der Diameter des Schwungrades also = 20 — 25′.

Um das Gewicht desselben zu finden, geben Murray und Wood folgende Regel: Man multiplizire die Pferdezahl mit 2000, und dividire das Produkt durch das Quadrat der Umfangsgeschwindigkeit (in Fußen und per Sek.); der Quotient gibt das schickliche Gewicht in Ctrn. (von 112 ℔ engl.).

Beispiel. Macht ein Schwungrad von 18′ Diameter 22 Umgänge in 1 Minute, so muß es für eine Maschine von 20 Pferdekraft $90\frac{1}{2}$ Centner schwer seyn; denn

das Rad von 18′ Diameter hat 56′ Umfang, und bei 22 Umgängen per Minute macht ein Punkt in 1 Sek. einen Weg

$$\text{von } \frac{22 \times 56}{60} = 20\tfrac{1}{2}'.$$

$$20\tfrac{1}{2} \times 20\tfrac{1}{2} = 420$$

$$\text{und } 20 \times 2000 = 40{,}000,$$

$$\frac{40000}{420} = 90{,}4 \ldots$$

Würde man demselben Rade nur 12′ Diameter geben, aber 30 Umgänge per Minute, so wäre die Geschwindigkeit

$$= \frac{38 \times 30}{60} = 19.\ 19^2 = 461 \text{ und } \frac{40000}{361} = 110\tfrac{1}{2} \text{ Ctr.}$$

Bei 15′ Diameter und 28 Umgängen wäre die Geschwindigkeit

$$= \frac{47 \times 28}{60} = 22.\ 22^2 = 484 \text{ und } \frac{40000}{484} = 80\tfrac{1}{2} \text{ Ctr.}$$

Bestimmung der erforderlichen Quantität von Brennmaterial.

Da es eine Wärmemenge von 550 Calorien braucht, um 1 Kil. Wasser von 100° C in Dampf zu verwandeln, so braucht es, um 1 Kil. Wasser von n Graden in Dampf zu verwandeln, dessen Temperatur = n′ Graden seyn soll, eine Wärmemenge von 550 + n′ — n, und um eine Quantität Wassers = W (in Kil. ausgedrückt) in solchen Dampf zu verwandeln, eine Wärmemenge von W (550 + n′ — n) Calorien, und da 1 Kil. Steinkohle 3000 Calorien produziren kann, so braucht es zu diesem Zwecke:

$$\frac{W\ (550 + n' - n)}{3000} \text{ Kilogr. Steinkohle.}$$

Die Menge Dampfes, welche 1 Kil. Steinkohle hingegen erzeugen kann, ist:

$$= \frac{3000}{W\ (550 + n' - n)} \text{ Kilogr.}$$

Beispiel. Wie viel Steinkohle erfordert es, um 15 Kil. Dampf von 2 Atmosphären zu bilden?

Antwort. Bei einer Tension von 2 Atmosphären muß der Dampf (nach Tabelle Nro. 22) eine Temperatur von 121° C haben. Da das Wasser, welches zur Dampfbildung dient, bei Dampfmaschinen vermittelst der Heißwasserpumpe aus dem Condensator in den Kessel gebracht wird, und da die Temperatur des Dampfes durch die Condensation bis auf 40° C herabsinkt, so kann füglich n = 30° gesetzt werden.

Es sind daher:

$$\frac{W\,(550 + n' - n)}{3000} = \frac{15\,(550 + 12 - 30)}{3000}$$

Ueberhaupt kann angenommen werden, daß 1 Kilogr. Steinkohle, je nach der guten Einrichtung des Feuerheerdes und der mehr oder weniger starken Tension des zu bildenden Dampfes 5 — 10 Kil. Dampf erzeugen kann.

Man rechnet ferner, daß es bei gut konstruirten Watt'schen Maschinen von mittlerer Stärke, so wie bei hochpressenden Maschinen mit Expansion für eine jede Pferdekraft 5 Kil. Steinkohle stündlich erfordert.

Es werden hingegen bei Woolf'schen Maschinen mit Expansion $2\frac{1}{2}$ Kil. und bei Dampfwägen 8 — 10 Kil. Steinkohle stündlich für jede Pferdekraft erfordert.

Bestimmung des Nutzeffektes von Dampfmaschinen ohne Expansion.

Vervielfacht man die Sektion des Dampfcylinders, in □^{cm} ausgedrückt, (S), mit der Hubslänge in Metern (L), und ferner mit der Anzahl von Huben (per Sekunde (n), so erhält man das Volum des Dampfes, welches per Sekunde in den Dampfcylinder eintritt, und vervielfacht man letzteres noch mit der Pression des erzeugten Dampfes auf 1 □^{cm} Fläche, in Kil. ausgedrückt (P), so erhält man den theoretischen dynamischen Effekt der Maschine in Kilogrammetern.

Dieser ist also bei einfachwirkenden Maschinen in Pferdekräften ausgedrückt:

$$= \frac{P\,S\,L \times n}{75}$$

und bei doppeltwirkenden Maschinen, (was meistens der Fall ist):

$$= \frac{2\,P\,S\,L\,n}{75}\ \text{Kil.}^{m}$$

In gut konstruirten Maschinen von 10 — 12 Pferdekräften ist der effektive Nutzeffekt = 0,55 oder $\frac{11}{20}$, bei viel stärkern = 0,6 oder $\frac{3}{5}$, und bei solchen von 6 Pferdekräften oder noch schwächern = 0,5 oder $\frac{1}{2}$ des theoretischen Effektes. Bei hochpressenden Maschinen beträgt der Nutzeffekt nur 0,35 bis 0,40 desselben.

Beispiel. Wie groß ist die Kraft einer Watt'schen Dampfmaschine, bei welcher 200 Kil. Dampf von $1\frac{1}{2}$ Atmosphäre stündlich erzeugt werden?

Die Pression von 1 Kil. Dampf von $1\frac{1}{2}$ Atmosphäre ist nach angegebener Tabelle = $1^{k},292$, das Volum desselben = $1384^{l},36$, folglich die mechanische Kraft desselben = $1^{k},292 \times 1384^{l},36 = 17885\ k \times m$, und von 200 Kil. Dampf = 200×17885

$$= \frac{3577000}{3600 \times 75} = 13\tfrac{1}{4}\ \text{Pferdekräfte},$$

und hiemit der Nutzeffekt oder die Stärke der Maschine = $0,6 \times 13\frac{1}{4} = 8$ Pferdekräfte.



Nr. 25.

Berechnung des Nutzeffektes bei Expansionsmaschinen.

Bei den Expansionsmaschinen, wozu namentlich die Woolf'schen gehören, füllt der Dampf, welcher bei jedem Kolbenzuge in den Dampfcylinder tritt, denselben nicht ganz, sondern nur eine Portion desselben an, und es wird alsdann die Communikation des Cylinders und der Dampfröhre durch irgend eine Vorrichtung unterbrochen. Der Dampf wirkt also nur während eines gewissen Theiles der Zeit, welche der Kolben braucht, um die ganze Hubslänge zu durchstreichen, mit der anfänglichen Pression, dehnt sich dann aber aus und wirkt also mit einer Pression, welche sich immer mehr und mehr vermindert.

Bei Maschinen, welche mit zwei Dampfcylindern versehen sind, wirkt der Dampf in einem derselben fortwährend mit seiner anfänglichen Tension, tritt aber, nachdem er den Kolben die ganze Hubslänge hindurch getrieben hat, in einen zweiten viel größern Cylinder, wo er sich ausdehnt und mit einer kleinen, sich immer vermindernden Pression auf den zweiten Kolben wirkt und dadurch den Nutzeffekt merklich vergrößert.

Je größer nun das Volum des Dampfcylinders im Verhältniß zu dem Volum des Dampfes, welches bei jedem Kolbenzuge in denselben eingelassen wird, oder das Verhältniß der Volume der beiden Dampfcylinder ist, desto größer wird die Ausdehnung und desto größer hiemit auch der Nutzeffekt einer gegebenen Menge Dampfes seyn.

Diese Expansion des Dampfes kann so weit mit Vortheil getrieben werden, bis der Gegendruck, den der Kolben erleidet, und welcher von der Kolbenreibung, von der Unvollkommenheit der Condensation und noch andern Ursachen herrührt, dem Druck des Dampfes am Ende seiner Ausdehnung gleich wird, und wohl gar übertrifft, wo alsdann die weitere Fortbewegung des Kolbens nur auf Kosten der schon erhaltenen Wirkung des Dampfes noch statt haben kann.

Versuche zeigen, daß bei Maschinen, welche mit einem einzigen Dampfcylinder arbeiten, der Dampf nicht mehr als ein vierfaches Volum, bei Maschinen hingegen mit zwei Cylindern nicht mehr als ein fünffaches Volum durch die Ausdehnung erhalten soll. Gewöhnlich beträgt die Tension dieser Maschinen höchstens 4 Atmosphären.

Folgende Tabelle *) gibt den dynamischen Effekt an, welchen 1 Cubikmeter Dampf von 1 Atmosphäre Druck durch eine mehr oder minder große Ausdehnung erzeugen kann.

*) S. Poncelet Traité de mécanique, Vol. I.

Volum des Dampfes nach der Ausdehng. in Cubikmetern.	Dynam. Effekt des Dampfes in Kilogrammetern.	Volum des Dampfes in Cub.m	Dynam. Effekt in k × m.
1,00	10330	5,75	28399
1,25	12635	6,00	28839
1,50	14518	6,25	29261
1,75	16111	6,50	29665
2,00	17490	6,75	30055
2,25	18707	7,00	30431
2,50	19795	7,25	30794
2,75	20780	7,50	31144
3,00	21679	7,75	31483
3,25	22506	8,00	31811
3,50	23271	8,25	32129
3,75	23984	8,50	32437
4,00	24650	8,75	32736
4,25	25277	9,00	33027
4,50	25867	9,25	33310
4,75	26426	9,50	33585
5,00	26955	9,75	33854
5,25	27459	10,00	34116
5,50	27940		

Da die dynamischen Effekte zweier Gasarten, welche man um die nämliche Portion ihrer anfänglichen Volume ausdehnen läßt, sich zu einander verhalten wie die Produkte ihrer Tensionen in ihre Quantitäten, so hat man, um den Effekt irgend einer Quantität Dampfes von einer gegebenen Tension zu wissen, nur den der nämlichen Ausdehnung entsprechenden Effekt in der vorstehenden Tafel aufzusuchen, und denselben mit dem Produkte der gegebenen Quantität und Tension zu vervielfachen.

Beispiel. Es sey der Diameter des Kolbens = $0^m,4$, so ist seine Sektion = $0,7854 \times (0.4)^2 = 0,12566$ □^{m}.

Strömt nun der Dampf in den Cylinder bis auf die Höhe von $0^m,32$, so wird das Volum des bei jedem Kolbenzuge hineingeströmten Dampfes = $0^m,32 \times 0,12566 = 0,0402125$ Cubikmeter seyn.

Es habe dieser Dampf eine Tension von $3\frac{1}{2}$ Atmosphären und dehne sich bis auf $4\frac{1}{2}$mal seines anfänglichen Volums aus. Für diese Ausdehnung gibt die Tabelle für die Wirkung von 1 Cub.^{m} Dampf, dessen anfängliche Tension = 1 Atmosphäre ist, $25867\ k \times m$ an.

Der dynamische Effekt von 0,0402125 Cub.^{m} von $3\frac{1}{2}$ Atmosphären Pression und der nämlichen Ausdehnung wird hiemit = $25867 \times 0,0402125 \times 3\frac{1}{2} = 3640\ k \times m$ seyn. Bei jedem doppelten Kolbenzuge wird also ein Effekt von $2 \times 3640 = 7280\ k \times m$ statt haben, und geschehen 15 solcher Kolbenzüge per Minute, so ist der theoretische Effekt per Sek.

$$= \frac{7280 \times 15}{60} = 1820\ k \times m = 24 \text{ Pferdekräfte.}$$

Es beträgt nun der Nutzeffekt bei Maschinen mit einem einzigen Dampfcylinder 0,55 des theoretischen Effektes, bei Maschinen mit zwei Dampfcylindern hingegen noch weniger, nämlich bei solchen

von der Kraft von 5 — 6 Pferden nur 0,40,
„ 10 — 12 „ 0,45,
und bei noch stärkern . . . . 0,50.

Es kann also in obigem Beispiele der Nutzeffekt dieser Maschine zu 0,45 × 24 = 10,8 Pferdekräfte angenommen werden.



Nr. 26.

Von den Gebläsen.

Die Gebläse sind ein Mittel, einen Luftzug oder Wind hervorzubringen, und dadurch eine Erhöhung der Temperatur zu bewirken, welche bei vielen Arbeiten, und besonders bei metallurgischen sehr nothwendig ist.

Von allen Mitteln, welche für diesen Zweck tauglich sind, sind wohl nur die Gebläse anzuwenden, in dem Falle, wo eine beträchtliche Hitze erzeugt und hiemit die Luft auf einen bestimmten Punkt hingeleitet werden muß.

Es sind im Allgemeinen folgende 5 Arten von Gebläsen zu unterscheiden:

1) Lederne Balggebläse, bei welchen die Wände aus geschmeidigem Leder bestehen, welches an zwei trapezförmige hölzerne Platten angenagelt ist, wie bei den gewöhnlichen Hand- und Schmiedeblasbälgen. Sie sind entweder einfach oder doppelt, selbst dreifach, je nachdem ein mehr oder weniger regelmäßiger Wind von denselben erfordert wird.

2) Hölzerne Balggebläse. Diese haben die nämliche Form, bestehen aber aus zwei Deckeln, wovon sich der eine in dem andern um eine Achse herum hin- und herbewegt.

Diese beiden Arten von Gebläsen können nur bei kleinern Arbeiten, wie z. B. in Schmieden angewendet werden, da der Effekt derselben immer sehr schwach ist.

3) Kolbengebläse, welche gewöhnlich von Wasserrädern oder Dampfmaschinen in Bewegung gesetzt und am meisten bei metallurgischen Arbeiten und besonders bei Hochöfen angewendet werden. Sie bestehen aus einer unbeweglichen Kiste, in welcher sich ein Kolben hin- und herbewegt, und gründen sich daher ganz auf das Prinzip der Wasserpumpen. Sie sind übrigens einfach und doppelwirkend, mit horizontaler oder vertikaler Bewegung des Kolbens. Es gibt zweierlei Arten:

a) Kastengebläse, viereckig und meistens aus Holz, bisweilen im Innern mit geschliffenen Metallplatten garnirt.

b) Cylindergebläse, kreisförmig und meistens aus Gußeisen. Diese verursachen nicht so viel Reibung, als die Kastengebläse, und sind daher denselben vorzuziehen.

4) Hydraulische oder Baader'sche Gebläse, welche aus einem Kasten bestehen, der sich in einem zum Theil mit Wasser angefüllten Behälter hin- und herbewegt.

5) Wassertrommelgebläse (trompes), bei welchen die Luft durch den Fall des Wassers in senkrechten Röhren mitgerissen und durch den Druck desselben zusammengepreßt

und hinausgejagt wird. Diese Art von Gebläsen erheischen mehr Wasserkraft als die übrigen Gebläse, sind indessen sehr leicht und mit wenigen Kosten aufzustellen und zu unterhalten, und können oft da mit Vortheil angewendet werden, wo man ziemlich hohe Wasserfälle zu seiner Disposition hat.

In Hinsicht auf die Art, wie der Zufluß der Luft in den senkrechten Röhren hervorgebracht wird, können wesentlich zwei Arten unterschieden werden:

a) Solche, deren senkrechte Röhren oben mit einem Trichter versehen sind, welcher das von einer Höhe von 10 — 30′ herabfallende Wasser auffängt und in die Röhre bringt, und bei welchem also die Luft durch das Wasser herbeigeführt wird, ehe letzteres in die Röhre tritt.

Die Höhe der Röhre beträgt daher etwa die Hälfte des anzuwendenden Falles.

b) Solche, bei welchen das Wasser sogleich in die Röhre tritt, die Luft hingegen durch mehrere an den Seitenwänden derselben angebrachte Oeffnungen hineingeführt wird.

Von den Windregulatoren.

Alle diese Arten von Gebläsen geben einen ziemlich ungleichen Wind, und obschon die Gleichförmigkeit desselben durch die Verbindung zweier oder mehrerer Gebläse beträchtlich vergrößert wird, so muß man sich doch, wenn das Ausströmen der Luft ganz regelmäßig geschehen soll, nothwendigerweise der Windregulatoren bedienen, welche die bei jedem Zuge des Gebläses herbeigeführte Luft ansammeln und dann mit fortwährend gleichem Drucke in die Düse leiten.

Es gibt zweierlei Arten:

1) **Mit unveränderlichem Inhalte.** Diese bestehen aus großen gut geschlossenen Behältern, meistens in Form einer Kugel (von etwa 7 — 8 Metern Diameter und einem Inhalt von 180 — 270 Cubikmeter), welche mit comprimirter Luft angefüllt sind. Dieser Inhalt muß ungefähr das 50fache des Inhalts des Blascylinders und bei mehreren Cylindern nie weniger als das 25fache der Summe ihrer Inhalte betragen. Je größer derselbe übrigens ist, desto weniger Einfluß übt die bei jedem Kolbenzuge eintretende Luft auf den Druck der sich darin befindenden aus, und desto gleichförmiger geschieht das Ausströmen derselben.

Die Schwierigkeit der Aufstellung dieser großen Behälter macht, daß folgende vorzuziehen sind:

2) **Mit veränderlichem Inhalte.** Die Luft wird hier in einen Behälter geleitet, wo sie vermittelst eines Gewichtes einen konstanten Druck erleidet.

Erhält die Luft bei der stärksten Wirkung des Gebläses zu viel Druck, so hebt sie das Gewicht, und kann sich dann etwas ausdehnen. Hat hingegen die Luft beim Nachlassen des Gebläses einen zu kleinen Druck, so wird dieselbe durch das Gewicht des Regulators zusammengedrückt. Dieses Gewicht muß daher in sehr genauem Verhältnisse zu der Geschwindigkeit stehen, mit welcher die Luft aus der Düsenöffnung herausströmen soll.

In Hinsicht auf die Art, wie dieser Druck erzeugt wird, unterscheidet man zwei Arten:

a) Trockenregulatoren, welche aus einem Cylinder bestehen, indem sich ein Kolben hin- und herbewegen kann, und denselben hermetisch schließt.

b) Wasserregulatoren, welche aus einem Kasten bestehen, der in einen mit Wasser angefüllten Behälter bis zu einer gewissen Höhe eingetaucht wird, und wo also die Luft die verlangte Dichtigkeit durch den Druck einer Wassersäule erhält.

Wird der Druck der Luft zu groß, so wird das Wasser im Kasten fallen, im Behälter aber steigen und zwar um gleichviel, wenn beide den gleichen Flächeninhalt haben (wie dieß gewöhnlich der Fall ist). Je größern Druck daher die eintretende Luft hat, desto größer wird die Differenz der Höhen der beiden Wassersäulen seyn.

Diese Wasserregulatoren werden bei größern Gebläsen den Trockenregulatoren vorgezogen, da ihre Construktion mit weniger Kosten und das Spiel derselben mit weniger Gefahr verbunden ist.

Berechnung der Quantität und Geschwindigkeit der durch Gebläse gelieferten Luft.

Mit großer Leichtigkeit kann das Volum der aus der Düsenöffnung entweichenden Luft aufgefunden werden, da dasselbe gleich ist dem Flächeninhalte des Kolbens, vervielfacht mit seiner Geschwindigkeit.

Thut z. B. ein Kolben 12 Hübe per Minute und ist seine Hubhöhe = $2\frac{1}{2}'$, so ist seine Geschwindigkeit = 30′ per Minute.

Ist nun der Flächeninhalt des Kolbens = 8 □′, so ist das Volum per Minute = 8 □′ × 30′, und per Sekunde

$$= \frac{8 \times 30}{60} = 4 \text{ Cub.}'$$

Wegen mehrerer Ursachen, welche eine Verminderung der Quantität von Luft herbeiführen, muß indessen nur $\frac{3}{4}$ des auf diese Weise erhaltenen Volums genommen werden. Es ist daher das Volum Luft, welches in obigem Falle per Sek. geliefert wird und welches die Dichtigkeit der atmosphärischen Luft hat, = 3 Cub.′

Um aber der ausströmenden Luft eine größere Geschwindigkeit zu geben, als die, welche die atmosphärische Luft besitzt, muß sie mit einer gewissen Kraft gedrückt und hiemit in ein kleineres Volum gebracht werden. Das so eben aufgefundene Volum ist daher nicht das reelle, sondern dasjenige bei der Dichtigkeit der atmosphärischen Luft; es kann aber mit Leichtigkeit in jenes umgewandelt werden, wenn man die Dichtigkeit der zusammengepreßten Luft kennt. Es sind nämlich die drückenden Kräfte in geradem Verhältnisse zu den Dichtigkeiten, im umgekehrten Verhältnisse aber zu den Volumen elastischer Flüssigkeiten, oder wenn

P den Druck der atmosphärischen Luft,
D ihre Dichtigkeit und
V ihr Volum;
P + p den Druck der zusammengepreßten Luft,

D′ ihre Dichtigkeit und
V′ ihr Volum bedeutet:

$$P : P + p :: D : D'$$
$$P : P + p :: V' : V$$
$$\text{folglich } V' = V \times \frac{P}{P + p}.$$

Würde man also das vorhin erhaltene Volum Luft noch mit dem Rapporte des Druckes der atmosphärischen Luft zu demjenigen der zusammengepreßten Luft vervielfachen, so würde man die wirkliche Quantität Luft erhalten, welche aus der Düsenöffnung per Sekunde in das Feuer gejagt wird.

Dieses Resultat würde indessen immer sehr unbestimmt seyn, und es ist zuverlässiger, zuerst die Geschwindigkeit der ausströmenden Luft aus ihrer Dichtigkeit und dann aus derselben das Volum zu berechnen, welches in einer gewissen Zeit geliefert wird.

Der Druck und hiemit die Dichtigkeit der zusammengepreßten Luft (P + p) läßt sich leicht vermittelst eines Windmessers (ventimètre) ausmitteln. Dieses einfache Instrument besteht aus einer gebogenen Röhre, welche mit irgend einer Flüssigkeit, meistens mit Quecksilber oder Wasser zum Theil angefüllt ist, und von welcher der eine Schenkel mit der atmosphärischen Luft, der andere mit der zusammengepreßten Luft, d. h. mit der Windleitungsröhre in Verbindung gebracht wird.

Die Entfernung des Niveaus in den beiden Schenkeln oder die Höhe der Wasser- oder Quecksilbersäule gibt alsdann die Differenz des Druckes der zusammengepreßten Luft und desjenigen der atmosphärischen Luft an, und es läßt sich daraus leicht die Kraft p berechnen, mit welcher die Luft zusammengedrückt wird. Ist z. B. die Höhe bei einer Wassersäule = 8″, so ist, da 1 Cub.″ Wasser $\frac{70}{1728}$ ℔ wiegt, der Druck des Windes

$$= \frac{8 \times 70}{1728} = 0{,}3241 \text{ ℔ auf den } \square''$$

Bei einer Quecksilbersäule wäre hingegen für die nämliche Höhe der Druck des Windes auf den □″ ungefähr 13mal (spezifisches Gewicht des Quecksilbers) so groß oder = 4,213 ℔.

Folgende Tabelle gibt für jede Höhe der Wasser- oder Quecksilbersäule die dazu gehörige Pression des Windes an. Werden diese Höhen in Centimetern angegeben, so muß die dritte Columne für die Höhen, in Zollen ausgedrückt hingegen die vierte Columne genommen werden.

I. Höhe der Quecksilbersäule in Centimet. oder Zollen.	II. Höhe der Wassersäule in Centimet. oder Zollen.	III. Pression des Windes auf den □^{cm} in Grammen.	IV. Pression des Windes auf den □″ in Pfunden.
1	13,568	13,57	0,5495 ℔.
2	27,136	27,14	1,0990
3	40,704	40,70	1,6485
4	54,272	54,27	2,1980
5	67,840	67,84	2,7475
6	81,408	81,41	3,2970
7	94,976	94,98	3,8465
8	108,544	108,54	4,3960
9	122,112	122,11	4,9455
10	135,680	135,68	5,4950
11	149,248	149,25	6,0445
12	162,816	162,81	6,5840
13	176,384	176,38	7,1435
14	189,952	189,95	7,6930
15	203,520	203,52	8,2425

Aus dieser Höhe, welche der Windmesser angibt, läßt sich die Höhe H einer Luftkolonne von gleichem Gewichte und

aus derselben die Geschwindigkeit v der zusammengepreßten Luft aus der Formel

$$v = \sqrt{2\,gH} \text{ berechnen.}$$

Bezeichnet man nun durch:

S die Sektion der Düsenöffnung in □ Metern,
d das spezifische Gewicht des Quecksilbers = 10466 (das der Luft zur Einheit angenommen),
b den atmosphärischen Druck = 0^m,76,
h die Höhe der Quecksilbersäule in dem Windmesser oder den Druck der zusammengepreßten Luft, und
Q das Volum Luft in (Cubikmetern), welches per Sekunde geliefert wird, so erhält man:

$$v = \sqrt{2\,gdh \times \frac{b}{b+h}}$$

$$= \sqrt{19{,}62 \times 10466 \times h \times \frac{0{,}76}{0{,}76+h}}$$

$$= 520\,.\sqrt{h\,(0{,}76+h)}$$

$$\text{und } Q = Sv = 520\,S\,.\sqrt{h\,(0{,}76+h)}$$

Wegen der Contraktion muß diese Quantität noch mit dem Coeffizienten 0,94 vervielfacht werden, und man erhält alsdann:

$$Q = 489 \, . \, S \, . \sqrt{h\,(0,76 + h)} \text{ Cubikmeter.}$$

Ist nur eine Düse vorhanden, und ist ihr innerer Durchmesser = D, so ist

$$S = \frac{\pi D^2}{4} \text{ und}$$

$$Q = 384 \, D^2 \, . \sqrt{h\,(0,76 + h)}$$

Da 1 Cubikmeter Luft $1^k,3$ wiegt, so ist das Gewicht dieser Quantität Luft (in Kilogrammen ausgedrückt), oder:

$$P = 1^k,3 \times 489 \, S \, . \sqrt{h\,(0,76 + h)}.$$

Und da der nützliche Effekt E, der hier erzeugt wird, durch das Produkt des Gewichtes P des herausgejagten Windes in die Höhe H, welche seine Geschwindigkeit v erzeugt, ausgedrückt werden kann, so erhält man, indem man

$$H = \frac{v^2}{2\,g} \text{ setzt:}$$

$$E = 5047752 \, . \, S \, . \sqrt{\frac{h^3}{0,76 + h}} \text{ Kilogr. Meter,}$$

und für eine einzige Düsenöffnung deren Diameter D ist:

$$E = 3977008 \, D^2 \, . \sqrt{\frac{h^3}{0,76 + h.}}$$

Da 1 Pferdekraft = 75 Kilogr. Meter ist, so hat man nur diesen Werth von E noch durch 75 zu theilen, um die Stärke des Gebläses, in Pferdekräften ausgedrückt, zu wissen.

Aus diesem Werthe von E kann man ebenfalls mit Leichtigkeit den anzuwendenden dynamischen Effekt berechnen, da man durch Versuche gefunden hat, daß der Nutzeffekt bei den besten Balgengebläsen nie mehr als 25%, bei Kastengebläsen etwa 30% und bei Cylindergebläsen bis auf 35%, bei Wassertrommelgebläsen hingegen höchstens nur 18% des angewandten dynamischen Effektes beträgt.

Beispiel. Ein Gebläse habe zwei Düsenöffnungen, deren Diameter 8 Centimeter beträgt, und die Höhe der Quecksilbersäule im Windmesser sey = $0^m,18$, wie groß wird die Quantität Luft seyn, welche per Sekunde von diesen beiden Düsen geliefert wird, und wie groß muß der dynamische Effekt seyn, wenn ein Cylindergebläse dazu angewendet werden soll?

Berechnung. Da der Diameter der Düsenöffnung = 8^{cm} ist, so ist die Sektion einer Oeffnung = $0{,}7854 \times 8^2 = 50{,}2656$ □Centimeter, und hiemit die Summe der Sektionen von beiden Düsen = $2 \times 50{,}2656 = 0{,}01005$ □ Meter. Es ist daher:

$$S = 0{,}01005 \text{ und}$$
$$h = 0^m{,}18,$$

folglich:

$$v = 520 \,.\, \sqrt{h\,(0{,}76 + h)}$$

$$= 520 \,.\, \sqrt{0{,}18\,(0{,}76 + 0{,}18)}$$

$$= 520 \times 0{,}4113 = 213^m{,}88.$$

$$Q = 489\, S\, .\sqrt{h\,(0{,}76 + h)}$$

$$= 489 \times 0{,}01005 \times 0{,}4113,$$

$$= 2{,}0213 \text{ Cubikmeter.}$$

$$E = 5047752\, S\, .\sqrt{\frac{h^3}{0{,}76 + h}}$$

$$= 3987{,}37 \text{ Kilogramm Meter.}$$

Die Geschwindigkeit des erzeugten Windes ist hiemit = $213^m{,}88$ per Sekunde, die Menge desselben = 2,0213 Cubikmeter per Sekunde, und es braucht dazu einen Nutzeffekt von 3987,37 Kil.^{m} = 53,16 Pferdekräften und folglich einen dynamischen Effekt von wenigstens

$$\frac{53{,}16}{0{,}35} = 152 \text{ Pferdekräften.}$$

Die Dimensionen der Blasecylinder und Leitungsröhren, welche erforderlich sind, um diese Quantität von Wind zu produziren, lassen sich auf folgende Weise bestimmen:

Da die effektive Menge Windes = 2,0213 Cub.^{m} per Sekunde = 121,278 Cub.^{m} per Minute ist, so ist die theoretische Quantität ungefähr

$$= \frac{4}{3} \times 121{,}278 = 162 \text{ Cub.}^m$$

Nimmt man zwei Blascylinder an, so hat also jeder derselben

$$\frac{162}{2} = 81 \text{ Cub.}^m \text{ per Min. zu liefern,}$$

und werden 30 Kolbenzüge per Minute angenommen, so muß jeder Cylinder bei jedem Kolbenzuge

$$\frac{81}{30} = 2{,}7 \text{ Cubikmeter Luft geben.}$$

Macht man ferner die Hubslänge gleich dem Diameter des Cylinders (wie es gewöhnlich geschieht), so hat man:

$$\frac{\pi D^3}{4} = 2{,}7,$$

und folglich:

$$D = \sqrt[3]{\frac{4 \times 2{,}7}{\pi}} = 1^{m}{,}48.$$

Dieß ist also auch zugleich die Hubslänge.

Der Diameter der Hauptröhre, welche mit dem Blascylinder direkte in Verbindung steht, soll $\frac{1}{4}$ — $\frac{1}{5}$ desjenigen des Cylinders, also hier etwa 35 cm betragen, (gewöhnlich ist er zwischen 20 und 65 cm enthalten), und die Summe der Sektionen der verschiedenen Nebenröhren um $\frac{1}{10}$ etwa größer seyn, als die Sektion der Hauptröhre ist.

Es ist ferner rathsam, der Düsenöffnung nie mehr als 7 — 8 cm Diameter zu geben. Gewöhnlich beträgt dieselbe bei Hochöfen nur 4 — 5 cm.

Aus dem Vorhergehenden geht hervor, daß für eine konstante Menge Luft die Geschwindigkeit und hiemit auch die

Pression derselben ganz von der Sektion der Düsenöffnung abhängt. Ist z. B. diese doppelt so groß, so wird die Geschwindigkeit der Luft nur halb so groß seyn müssen und hiemit die Pression auch beträchtlich kleiner seyn.

Diese letztere kann indessen nicht willkührlich bestimmt werden, sondern hängt ganz von der Natur des Brennmaterials, von der mehr oder weniger dicken Lage desselben, welche die Luft zu durchstreichen hat, und von mehreren andern Umständen ab.

Die zweckmäßige Verbrennung von Coke erheischt z. B. eine dichtere Luft und eine viel größere Geschwindigkeit derselben als diejenige von Fichtenkohlen. Für jeden Fall ist daher durch besondere Versuche die vortheilhafteste Pression des Windes, welcher dazu angewendet werden muß, auszumitteln.

Karsten gibt folgende Quecksilberhöhen im Windmesser und die dazu korrespondirenden Pressionen (in Pfunden ausgedrückt) als die zweckmäßigsten an:

	Höhe.	Pression auf den □″.
Für Kohlen aus leichterm Tannenholz	2 — 3^{cm}	0,536 ℔
„ dichterm „	3 — 4	$\frac{3}{4}$ „
„ hartem Holze	4 — 6	1 „
Weicher, leicht entzündbarer Coke	8 —13	$1\frac{1}{2}$-$2\frac{1}{2}$ „
Harter und dichter Coke	13 —19	$2\frac{1}{2}$-$3\frac{1}{2}$ „

Zur bequemern Uebersicht geben wir hier die den verschiedenen Quecksilberhöhen korrespondirenden Geschwindigkeiten des Windes an, welche aus der Formel

$$v = 520 \cdot \sqrt{h\,(0{,}76 + h)}$$

berechnet worden sind.

Quecksilberhöhe in Centimetern.	Geschwindigkeit der Luft in Metern per Sekunde.
1	45.60
2	64,50
3	79,90
4	92.80
5	105.15
6	116.01
7	125.84
8	134.88
9	143.78
10	152.46
11	160.84
12	168.95
13	176.90
14	184.75
15	192.00

Die Pression in einem Schmideblasbalg beträgt gewöhnlich 4cm Wasserhöhe oder 0cm,29 Quecksilberhöhe, welche eine Geschwindigkeit von 24m,45 per Sekunde erzeugt.

Seine Düsenöffnung hat etwa 2cm Diameter. Es beträgt hiemit die per Sekunde gelieferte Quantität Luft etwa 7¾ Liter.

Bei Hochöfen, wo der Wind Lagen von 15 — 40′ Dicke durchstreichen muß, wird eine bedeutende Pression und Geschwindigkeit des Windes erfordert.

Bei Hochöfen von 20 — 24′ Höhe, welche mit Holzkohlen gespeist werden, gibt man dem Winde eine Pression von 50cm Wasserhöhe oder 3½cm Quecksilberhöhe, welches eine Geschwindigkeit von 85m per Sekunde gibt. Zu solchen kann man sich noch der hölzernen Balgengebläse bedienen.

Bei Hochöfen von 50′ Höhe, welche mit Coke betrieben werden, braucht es hingegen nothwendigerweise Kasten- oder Cylindergebläse. Die dazu erforderliche Pression beträgt bei denselben etwa 2 — 2½m Wasserhöhe oder 15 — 20cm Quecksilberhöhe und hiemit eine Geschwindigkeit von 170 Metern per Sekunde.

Für kleine Cupoloöfen (deren man sich zum Umschmelzen kleiner Quantitäten Gußeisen bedient), kann man sich der Balgengebläse bedienen. Haben aber diese Oefen 6 — 7′ Höhe, so ist es vortheilhafter, Gebläse mit Windregulator anzuwenden.

Karsten *) gibt noch folgende Daten an, in Beziehung auf die Quantität Luft, welche bei Hochöfen von verschiedenen Höhen zu geben sind:

Die Hochöfen, welche mit Coke betrieben werden, sollten nie weniger als 62 Cubikmeter Luft per Minute erhalten.

Für eine gleiche Luft soll die Höhe der Hochöfen, welche mit Holzkohlen genährt werden, wenigstens 14m betragen; solche von

11—12 Meter Höhe erfordern nicht mehr als 38—40 Cub.m
9—9½ „ „ „ 25—28 „
8 „ „ „ 18—20 „

Luft per Minute.

Gewöhnlich nimmt man an, daß 3000 Cub.' Luft 8000 Kil. Gußeisen produziren, und daß 1 Pferdekraft 100 Cub.' Luft per Minute gibt und in den englischen Hochöfen etwa 2½ Tonnen Gußeisen wöchentlich liefert.

Diese Angaben sind indessen sehr oberflächlich, da die erforderliche Luftmenge von der mehr oder weniger großen Schmelzbarkeit der Eisenmasse, von der Natur des dazu angewandten Brennmaterials, von der Beschaffenheit und Construktion des Ofens und von mehreren andern Ursachen abhängt und daher bald größer, bald kleiner ist.

d'Aubuisson gibt in Bezug auf den anzuwendenden Effekt Folgendes an:

1) Um 3000 Kil. Gußeisen zu liefern, braucht es, wenn die Düsenöffnung einen Diameter von 0m,05, die Leitungsröhre einen Diameter von 0m,15 und eine Länge von

---

*) Siehe Karsten's Metallurgie, zweiter Band.

120^m hat, und wenn per Minute 15 Cub.^{m} Luft geliefert wird, einen dynamischen Effekt auf die Oberfläche des Kolbens (die Reibung nicht eingerechnet) von 446 k × m per Sekunde.

2) Um 4 Cub.^{m} Luft per Minute mit einer Geschwindigkeit von 80 Metern per Sekunde zu erhalten, ist der dazu erforderliche Effekt = 28 Kil. × m per Sekunde, und um 2,66 Cubikmeter Luft per Minute mit einer Geschwindigkeit von 62^m per Sekunde zu erhalten, erfordert es einen Effekt von 11 Kil.^{m} per Sekunde.



Anhang.

Von der praktischen Anwendung des Dampfes zum Forttreiben der Projektile. *)

Befindet sich in einem Flintenlaufe eine Kugel, und wird hochdrückender Dampf hinter derselben in den Lauf gelassen, so wird diese von dem Dampf vorwärts gedrückt und tritt aus dem Laufe mit einer Geschwindigkeit, welche von der Tension des Dampfes und der Länge des Rohres abhängt.

Die von Perkins zuerst vorgeschlagene Anwendung des Dampfes in Geschützen (statt des Schießpulvers) beruht daher auf ganz richtigen Prinzipien, ist hingegen in praktischer Hinsicht, wie später gezeigt wird, außerordentlich beschränkt.

Das Forttreiben der Kugel kann auf zweierlei Art bewirkt werden:

*) S. Prechtls technol. Encycl., dritter Band.

1) durch plötzlichen Stoß und allmählige Ausdehnung, wie dies bei der Anwendung des Pulvers geschieht, und

2) durch einen gleichförmigen Druck durch die ganze Länge des Rohres, wie bei der Bewegung des Kolbens in dem Cylinder einer Dampfmaschine.

Leicht ist einzusehen, daß nur das zweite Mittel zu diesem Zwecke angewendet werden kann, da der Stoß, welcher durch die Explosion des Pulvers erzeugt wird, eine Pression von etwa 2000 Atmosphären *) gleichgesetzt werden kann, und da die Ausführung irgend eines Dampfapparates bloß für eine Pression von höchstens 100 Atmosphären statt haben kann.

Durch den gleichförmigen Druck des Dampfes auf die Kugel wird die Geschwindigkeit der letztern immer mehr beschleunigt, bis dieselbe aus dem Laufe mit einer gewissen End-Geschwindigkeit austritt.

Bezeichnet man diese End-Geschwindigkeit durch v, das Gewicht der Kugel durch p, so ist der dazu erforderliche Effekt

$$= \frac{p\,v^2}{19^m,62}$$

Ist nun d der Diameter der Kugel in Centimetern und l die Länge des Rohres in Metern, so ist das Volum des Dampfes, welches bei jedem Schusse verwendet wird und in

*) Nach Robins ist dieselbe = 1000, nach Euler = 10000 Atmosphären. Rumford schätzt sie selbst auf 40000 Atmosphären.

den Lauf hineinströmt $= 0,7854\ d^2 \times l$, und wenn n die Anzahl von Atmosphären dieses Dampfes bedeutet, so ist der dynamische Effekt dieses Volums

$$= n\ 1^k,033 \times 0,7854\ d^2 \times l.$$

Es muß daher:

$$\frac{p\ v^2}{19,62} = n \times 1^k,033 \times 0,7854\ d^2 \times l$$

$$\text{und } n = \frac{p\ v^2}{19,62 \times 1^k,033 \times 0,7854\ d^2\ l}$$

$$n = \frac{p\ v^2}{15,92\ d^2 l} \text{ seyn.}$$

Sollen nun z. B. bleierne Kugeln, deren Gewicht $p =$ 30 Gramme ist, und deren Diameter d etwa 2^{cm} beträgt, aus einem Flintenlaufe von $1^m,34$ Länge geschossen werden, wo im Falle der Anwendung des Schießpulvers eine Geschwindigkeit v von 400 Metern erzeugt wird, so ist

$$n = \frac{0^k,03 \times (400^m)^2}{15,92 \times 2^{cm})^2 \times 1^m,34}$$
$$= 56 \text{ Atmosphären.}$$

Für eine Länge des Rohres von 2^m wird hingegen $n = 30$ Atmosphären, d. h. der Dampf muß alsdann nur eine Tension von ungefähr 30 Atmosphären besitzen.

Zu lang kann indessen ein solches Rohr nicht gemacht werden, da alsdann der Widerstand der Kugel und die Abkühlung des Dampfes in demselben den Effekt des Dampfes zu sehr vermindern würde.

Mit einer solchen Dampfflinte können 120 Schüsse per Minute gethan werden. Man braucht hiezu etwa $1\frac{1}{2}$ Kil. Dampf, wozu eine Dampffläche von ungefähr 3,60 □^m^ erforderlich ist.

Für diesen Fall könnte also noch die Benutzung des Dampfes leicht geschehen und ziemlich vortheilhaft erscheinen. Die Schwierigkeiten der Ausführung nehmen aber immer mehr überhand, je größer das Kaliber des Geschützes wird.

Für eine einpfündige Kanone wird z. B.

$$p = 0^k,5$$
$$l = 2^m$$
$$d = 5^{cm}$$
$$v = 530^m \text{ und}$$
$$n = 140 \text{ Atmosphären,}$$

welches schon unausführbar wird.

Für eine doppelte Länge des Laufes oder $l = 4^m$ würde zwar nur eine Pression von

$$\frac{140}{2} = 70 \text{ Atmosphären}$$

erfordert. Um 8 Schüsse per Minute zu thun, müßte die Dampffläche aber schon 10 □^{m} ungefähr betragen.

Der Vortheil der Dampfgeschütze liegt aber besonders in der großen Anzahl Schüsse, welche mit denselben in einer gewissen Zeit gemacht werden können, und damit dies Statt hätte, müßten hier wenigstens 64 Schüsse per Minute geschehen, welches eine Dampffläche von 80 □ᵐ und einen dynamischen Effekt erfordern würde, welcher demjenigen einer Maschine von 72 Pferdekräften gleich käme.

In diesem Falle würde zwar dieses Geschütz eben so viel Wirkung als zwölf gewöhnliche Kanonen von demselben Kaliber thun, jedoch weit unbequemer und unsicherer seyn. Für Kanonen von noch größerem Kaliber würden diese Nachtheile noch beträchtlicher seyn, und aus dieser einfachen Berechnung läßt sich daher schließen, daß der Dampf höchstens nur für die Dampfflinte eine praktische Anwendung finden dürfte.

Regeln für das Bohren und Abdrehen gußeiserner Cylinder.

Die Erfahrung lehrt, daß es nicht rathsam ist, dem Schneidezeug eine größere Geschwindigkeit zu geben, als $78\frac{1}{2}$ Inches (2 Meter) beim Bohren, und die doppelte oder 175 Inches (4^m) beim Abdrehen per Minute.

Diese Geschwindigkeit kann als Maximum angesehen werden, wenn das Schneidezeug fixirt ist, und eine größere schadet leicht der Härte des Schneidezeugs und der Genauigkeit,

indem die zu starke Erwärmung das Metall ausdehnt und bei der geringsten Unterbrechung dann eine Zusammenziehung erfolgt, welche Spuren hinterläßt.

Ist hingegen das Schneidezeug nicht fixirt und wird von Hand geführt (Meißel oder Hacken), so kann eine größere Umfangsgeschwindigkeit statt haben, wie weiter unten zu ersehen ist.

Je größern Umfang also der zu drehende Cylinder oder das Loch hat, das gebohrt werden soll, desto langsamer muß sich der Cylinder oder Bohrer drehen.

Hat er 1″ Diam., hiemit 3,14 Umfang, so darf er in 1 Minute nur 25 Umgänge machen beim Bohren und 50 beim Abdrehen — (denn 25 × $3\frac{1}{7}$ = $78\frac{4}{7}$ rc.):

bei	2″	Diam. —	$12\frac{1}{2}$	Umgänge	beim	Bohren,	25	beim Drehen,
„	3″	„	$8\frac{1}{3}$	„	„	„	$16\frac{2}{3}$	„
„	4″	„	$6\frac{1}{4}$	„	„	„	$12\frac{1}{2}$	„
„	5″	„	5	„	„	„	10	„
„	6″	„	$4\frac{1}{6}$	„	„	„	$8\frac{1}{3}$	„
„	7″	„	$3\frac{1}{2}$	„	„	„	7	„
„	8″	„	$3\frac{1}{8}$	„	„	„	$6\frac{1}{4}$	„
„	9″	„	$5\frac{7}{9}$	„	„	„	$5\frac{1}{2}$	„
„	10″	„	$2\frac{1}{2}$	„	„	„	5	„

Die Meißel mögen ferner beim ersten Schnitt um $\frac{1}{16}$ und beim letzten um $\frac{1}{24}$″ fortrücken.

In der ehemaligen Maschinenfabrik in Charenton (bei Paris) sind folgende Geschwindigkeiten beim Drehen und Bohren des geschmiedeten Eisens befolgt worden:

Großer Drehstuhl.

Der zu drehende Cylinder machte 1 Umgang in 45 Sekunden.

Bohrmaschinen:

große . . 1 Umgang in 3′50″,
kleine . . 1 „ 1′,7″,
ganz kleine . 5 Umgänge in 1 Min.

Handdrehstühle:

Stücke unter 3″ Diameter 150 Umgänge per Minute,
„ über „ 80 „ „

Die nämliche Geschwindigkeit ist für kleine gußeiserne Stücke genommen worden.

Geschwindigkeit beim Drehen von Streckcylindern (cyl. laminoirs):

Streckcylinder, nicht in Muscheln gegossen, 1 Umgang in 52 Sek.
„ in Muscheln *) gegossen, 1 „ 3′50″.

*) Muscheln (coquilles) sind schwere Massen aus Gußeisen, die die Form eines Fäßchens, und in der Mitte der ganzen Länge hindurch ein Loch haben, das genau den Diameter des Streckcylinders hat, der darin gegossen werden soll. Da diese Muscheln immer kalt bleiben, so wird das hineingegossene flüssige Gußeisen sehr geschwind abgekühlt, und die Oberfläche erhält eine Härte, die sehr oft die des gemeinen Stahles übertrifft. (Für einen Streckcylinder von 52″ Tafellänge und 17″ Diameter gibt man der Muschel 10″ Dicke.)

Druckfehler.

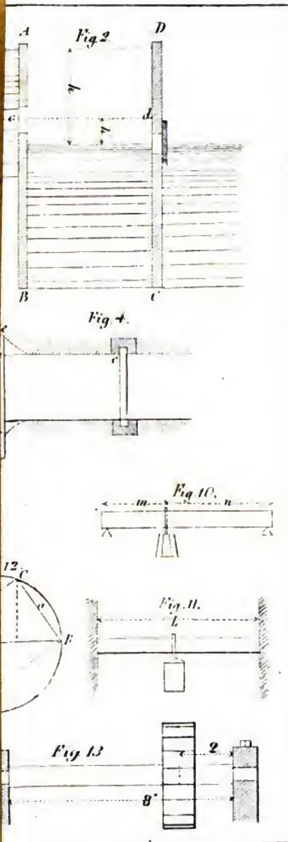
Seite	20	Zeile	11	von oben	statt	Garnitirung	lies Garnituren.
„	20	„	6	von unten	„	$\frac{\pi d^2 p}{4}$	„ $\frac{\pi D^2 p}{4}$
„	21	„	2	„	„	diesen Druck	„ dieser Druck.
„	24	„	4	„	„	$5 \times \frac{4}{5}$	„ $3 \times \frac{4}{5}$
„	26	„	2	„	„	die Röhre	„ der Röhre.
„	27	„	4	„	„	die ganze	„ der ganzen.
„	34	„	8	von oben	„	Aithin	„ Aitkin.
„	76	„	3	„	„	Effor	„ Effort.
„	87	„	2	von unten	„	franz. Fußmaaßen	lies metrischen Maaßen.

Die beiden Formeln von d' und D' Seite 87 Z. 1 von unten beziehen sich auf die stabeisernen Zapfen Seite 88.

„	98	Zeile	7	von unten	statt	Votums	lies Volums.
„	105	„	9	„	„	t / t'	„ t'. / „ t.
„	105	„	8	„	„	$t' - t$	„ $t - t'$.
„	105	„	5	„	„	diejenige	„ derjenigen.
„	109	„	5	„	„	Cotre	„ Cote.
„	111	„	5	„	„	$\sqrt{5000}$	„ $\sqrt[5]{500}$.
„	142	„	3	„	„	$5^{mm},6$	„ $6^{mm},6$
„	149	„	3	„	„	461	„ 361.
„	150	„	10	„	„	$W (550 + n' - n)$	lies $550 + n' - n$.

„ 151 zwischen den Zeilen 2 und 3 von oben muß stehen:
$= 3{,}2$ K.° Steinkohlen dazu erforderlich.




Fig. 2.
A
D
B
C
Fig. 4.
Fig. 10.
m
n
Fig. 11.
L
12
Fig. 13
2
8



